

Esercizio 1

- a) Definire una codifica per l'insieme Q delle immagini digitali quadrate con 4 mila pixel per lato e con 16 milioni di colori possibili.
- b) Sia C l'insieme delle codifiche di tutti e soli gli elementi di Q. Che cardinalità ha C?
- c) Sia QS il sottoinsieme di Q costituito dalle immagini simmetriche rispetto all'asse verticale. Che cardinalità ha QS?
- d) Sia CS il sottoinsieme di C costituito dalle codifiche degli elementi in QS. CS è decidibile?
- e) Che cardinalità ha il rango della funzione caratteristica di CS?
- f) Indicare un insieme la cui funzione caratteristica abbia un rango con cardinalità inferiore al valore indicato nella risposta alla domanda e). Se tale insieme non esiste, spiegare perché.
- g) Indicare un insieme la cui funzione caratteristica abbia un rango con cardinalità superiore al valore indicato nella risposta alla domanda e). Se tale insieme non esiste, spiegare perché.

Esercizio 2

- a) Dimostrare che l'insieme G delle stringhe binarie infinite non è numerabile.
- b) Potrebbe almeno essere enumerabile? Perché?

Esercizio 3

Scrivere il codice della MT che computa le seguente funzione parziale $f: \mathbb{N}^3 \rightarrow \mathbb{N}$

$$f(x, y, z) = \begin{cases} y - z & \text{se } x = 0 \\ y + z & \text{se } x = 1 \\ \perp & \text{altrimenti} \end{cases}$$