

# **Computabilità**

## **Appunti\_01 (25/11/2022)**

Mario Verdicchio

Università degli Studi di Bergamo

Anno Accademico 2022-2023

# Cardinalità di un insieme

- Cardinalità di un insieme:
  - se l'insieme è finito, è il numero dei suoi elementi
  - se l'insieme è infinito, si possono solo fare confronti di cardinalità tra insiemi
- Dati due insiemi A e B:
  - $\text{Card}(A) \leq \text{Card}(B)$  quando esiste una  $f:A \rightarrow B$  iniettiva
  - $\text{Card}(A) = \text{Card}(B)$  quando esiste una  $f:A \rightarrow B$  biiettiva
  - $\text{Card}(A) < \text{Card}(B)$  quando  $\text{Card}(A) \leq \text{Card}(B)$  e  $\text{Card}(A) \neq \text{Card}(B)$ , ossia esiste una funzione iniettiva da A a B ma non esiste una funzione biiettiva da A e B

# Numerabilità

- Un insieme si dice numerabile quando ha la stessa cardinalità di  $\mathbb{N}$
- Esempi di insiemi numerabili:  $\mathbb{Z}$  (interi),  $\mathbb{Q}$  (razionali), tutti i sottoinsiemi infiniti di  $\mathbb{N}$  (numeri pari, numeri dispari, numeri primi...)
- Il prodotto cartesiano ( $A \times B$ ) di due insiemi numerabili è anch'esso numerabile (costruire una tabella e visitarne gli elementi con percorsi diagonali)
- Di conseguenza, il prodotto cartesiano di un numero qualunque di insiemi ( $A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n$ ) è numerabile

$\mathbb{N}$ : 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 ...  
 $\downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \dots$   
 $A$ :  $a_0 a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7 a_8 a_9 \dots$

Un insieme  $A$  è numerabile =  
 tutti i suoi elementi possono essere  
 messi su una fila

$\mathbb{Z}$ : 0 -1 1 -2 2 -3 3 -4 4 -5 5 -6 6 ...