

Primo Appello - 14 Giugno 2005

Soluzione Esercizio 1 :

1) Si determini l'espressione di P in funzione di λ e μ .

Anzitutto, deve essere imposta la condizione $\lambda < \mu$, altrimenti il sistema non raggiunge uno stato stazionario, ovvero non è stabile.

Risulta :

Traffico smaltito = λ (attenzione ! Il traffico smaltito NON è pari a μ . Se nel sistema sono offerti ed entrano λ pacchetti al secondo, il sistema smaltisce λ pacchetti al secondo, che rappresenta dunque il traffico smaltito)

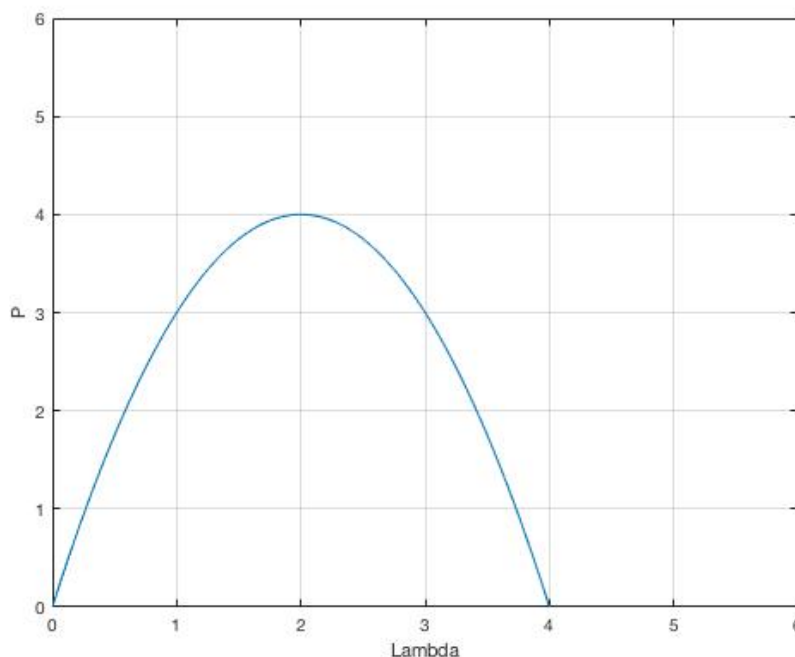
Ritardo totale nel sistema = $1/(\mu - \lambda)$

Quindi la funzione Potenza P ha la seguente espressione: $P = \lambda(\mu - \lambda)$, con $0 < \lambda < \mu$

2) Considerando μ costante, si determini il valore di λ che massimizza P.

$P = \lambda(\mu - \lambda) = \lambda\mu - \lambda^2$, con $0 < \lambda < \mu$ Si tratta di un arco di parabola il cui vertice (ovvero il punto di massimo, si trova in $\mu - 2\lambda = 0 \rightarrow \lambda = \mu/2$

2bis) Facoltativo: sempre considerando μ costante, si tracci l'andamento di P in funzione di λ . Si tratta appunto di un arco di parabola. Ecco il grafico (ottenuto fissando un valore arbitrario per μ , in questo specifico caso, a mero titolo di esempio, $\mu=4$ pacchetti/s) :



3) In corrispondenza del valore di λ calcolato al punto 2) (ovvero quello che massimizza P), si calcoli il numero medio di utenti presenti nel sistema.

Per una coda MM1 sappiamo che tale valore, N, ha questa espressione :

$$N = \lambda / (\mu - \lambda) = \mu/2 / (\mu - \mu/2) = 1.$$

4) Tenendo conto della definizione della funzione P, che interpretazione può essere data al risultato ottenuto al punto 3) ?

Intuitivamente, quando il numero medio di utenti nel sistema è pari ad $N=1$, il numero medio di utenti in coda risulta pari a zero (in una coda MM1 ho infatti 1 servere, e quell'1 utente che, in media appunto, si trova dentro il sistema si troverà appunto nel servere). Quindi il tempo medio speso nel sistema (denominatore della funzione Potenza P) sarà piccolo.

Contestualmente, se ho $N=1$ utente in media nel sistema, il servere lavorerà per smaltire quell'1 utente, e dunque smaltirà traffico. (numeratore della funzione Potenza P).

Combinando le due cose, non sorprende che per $N=1$ io abbia il Massimo della funzione Potenza.