<u>Esercizio 3 (29 Giugno 2005)</u>

Si considerino due connessioni ottiche che vengono trasmesse su due cammini (path) disgiunti e lunghi entrambi 800 km. Questi cammini sono soggetti a guasti (failures) che vengono stimati essere in media pari a 5 failures/anno/1000 km (ovvero, 5 failures per anno ogni 1000 km di fibra).
Il tempo medio di riparazione di un guasto (Mean Time To Repair, MTTR) risulta pari in media a 12 ore.

1)Si determini l'availability media di tali connessioni.

2)Si supponga che si voglia garantire, per entrambe le connessioni, un'availability non inferiore al 99.99% (classe di servizio "Gold"). A tal fine si stabilisca (mostrando il procedimento svolto) quale tra le due seguenti soluzioni sia quella che rispetta tale vincolo di affidabilità e che sia più conveniente per l'operatore che fornisce connettività:

> a) proteggere ciascuna delle due connessioni in modo dedicato (protezione 1:1) utilizzando per ciascuna un cammino di backup di uguale lunghezza e link-disjoint rispetto al cammino della connessione principale.
>
> b) proteggere entrambe le connessioni in modo condiviso (protezione 1:2), con un unico cammino di backup di uguale lunghezza e link-disjoint rispetto al cammino di entrambe le connessioni principali.

Si indichi qual è l'availability ottenuta utilizzando la soluzione scelta.

<u>Soluzione:</u>

In questo caso ho un cammino soggetto a 5 guasti (failures) all'anno ogni 1000 km. La nostra connessione è lunga pero' 800km, quindi sarà soggetta a 5*800/1000= 4 failures/anno.

Un anno è composto da 365*24= 8760 ore.

Quindi avremo 4 failures ogni 8760 ore, ovvero in media il Mean Time To Failure (tempo medio tra un guasto ed il successive) sarà pari a 8760/4 = 2190 ore.

Il MTTR è dato dal teste del problema: 12 ore

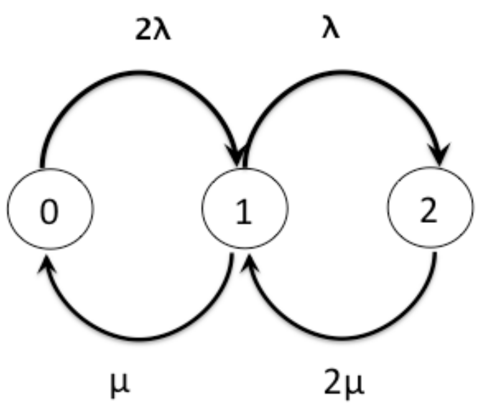
Riassumendo:
MTTF= 2190 ore
MTTR = 12 ore

<u>Domanda 1)</u> L'affidabilità (availability) media della connessione, A, ovvero la risposta alla domanda numero 1) è data da:

A = MTTF/(MTTF+MTTR)= 2190/(2190+12)=2190/2202=**0.99455**

Domanda 2a) Nel caso di protezione 1:1, ho un cammino di protezione dedicato, che protegge appunto il mio cammino (connessione) principale.

Utilizziamo il modello illustrato nella serie di lucidi sulla protezione delle reti di telecomunicazione (https://cs.unibg.it/martignon/documenti/reti/Seminario_WDM_protection.pdf), in particolare le slide 18 e 19 ("Analysis of 1:N protection without Service Differentiation"). Nel nostro caso la catena di Markov risulta essere la seguente, molto semplice:



Nella catena qui sopra, lo stato rappresenta il numero di connessioni (senza distinzione tra la connessione principale e quella di backup) che sono guaste, ed è ovviamente compreso tra 0 (nessun guasto) e 2 (entrambe guaste).

λ= 1/MTTF = 1/2190 (ore^-1)
μ=1/MTTR = 1/12 (ore^-1)

Definiamo per comodità:
$\rho = \lambda / \mu = 12/2190 = 0.005479452$

Le probabilità di stato stazionarie della catena di Markov qui sopra si ottengono semplicemente imponendo l'equilibrio dei flussi al nodo 0, e quindi al nodo 2 (è più semplice da scrivere), ed infine imponendo che le probabilità stazionarie sommino ad 1. Quindi:

Equilibrio nodo 0: $2\lambda p_0 = \mu\, p_1$
Equilibrio nodo 2: $\lambda p_1 = 2\mu\, p_2$
Condizione di normalizzazione: $p_0 + p_1 + p_2 = 1$

Risulta quindi dalla 1a equazione: $p_1 = 2(\lambda / \mu) p_0 = 2\rho\, p_0$
Dalla 2a equazione: $p_2 = (\lambda / 2\mu) p_1 = (\rho/2)\, p_1 = \rho^2\, p_0$
Infine sostituendo nella 3a equazione: $p_0 + 2\rho\, p_0 + \rho^2\, p_0 = 1$, ovvero: $p_0\, (1+\rho)^2 = 1$

Quindi:
$p_0 = 1/(1+\rho)^2$
$p_1 = 2\rho / (1+\rho)^2$
$p_2 = \rho^2/ (1+\rho)^2$

L'unavailability media (si veda equazione di slide 19), che indicheremo con $U_{1:1}$, si calcola come segue, tenendo conto che nel nostro caso N = 1 (protezione 1:1)

$$U(N,\lambda,\mu) = \sum_{n=2}^{N+1} \frac{(n-1)}{N} p(n)$$

- Nello stato n, per $n>=2$, ci sono infatti (n-1) connessioni non protette sul totale delle N connessioni
- La probabilità che, nello stato n, una connessione scelta a caso fra le N sia proprio tra le (n-1) non protette è data dal rapporto (n-1)/N

Quindi nel nostro caso $U_{1:1} = p_2$. Del resto è ovvio: l'unico stato in cui la connessione principale NON risulta protetta è proprio quando entrambe le connessioni (principale e di backup) sono guaste, ovvero lo stato "2", che si verifica con probabilità p_2.
Di conseguenza l'affidabilità media del nostro sistema di protezione 1:1, che indichiamo come $A_{1:1}$, sarà data da $A_{1:1} = 1- U_{1:1}$.

Numericamente $U_{1:1}=p_2$ = 2.969804513 *10^-5
Quindi: $A_{1:1}=1- U_{1:1}$ = **0.9999703,** che è la risposta alla nostra domanda numero 2a).

<u>Nota:</u> in questo caso molto semplice (due sole connessioni, una primaria e una di backup) si puo' anche ragionare semplicemente partendo dalla risposta al punto 1. Abbiamo infatti due connessioni (la principale e quella di backup), identiche, caratterizzate ciascuna da una affidabilità A = MTTF/(MTTF+MTTR)= 2190/2202=**<u>0.99455</u>**

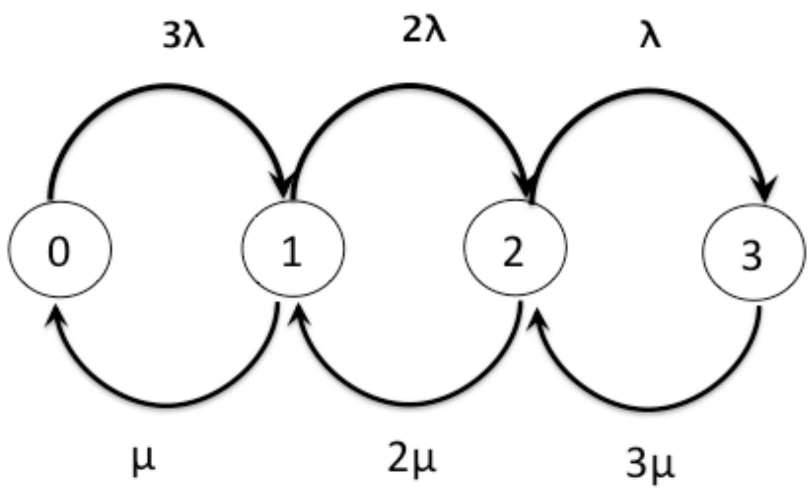
Ma allora, l'unavailability (probabilità di guasto) per ciascuna di esse risulta pari a 1-A, e la probabilità che <u>entrambe</u> siano guaste contemporaneamente risulta (si tratta di eventi disgiunti): $(1-A)^* (1-A) = (1-A)^2$

Quindi l'affidabilità del nostro sistema 1:1, $A_{1:1}$, è calcolabile come :

$A_{1:1} = 1 - (1\text{-}A)^2 = 1 - (1\text{-}A)^2 =$ **0.9999703**

<u>Domanda 2b)</u> Nel caso di protezione 1:2, ho un cammino di protezione condiviso fra 2 connessioni principali.

Utilizziamo sempre il modello illustrato nella serie di lucidi sulla protezione delle reti di telecomunicazione (https://cs.unibg.it/martignon/documenti/reti/Seminario_WDM_protection.pdf), in particolare le slide 18 e 19 ("Analysis of 1:N protection without Service Differentiation"). Nel nostro caso la catena di Markov risulta essere la seguente:



Defindendo per comodità:
$\rho = \lambda / \mu = 12/2190 = 0.005479452$

E imponendo l'equilibrio dei flussi, risulta:

$p_0 = 1/(1+\rho)^3$
$p_1 = 3\rho / (1+\rho)^3$
$p_2 = 3\rho^2 / (1+\rho)^3$
$p_3 = \rho^3 / (1+\rho)^3$

L'unavailability media (si veda equazione di slide 19), che indicheremo con $U_{1:2}$, si calcola come segue, tenendo conto che nel nostro caso N = 2 (protezione 1:2)

$$U(N,\lambda,\mu)=\sum_{n=2}^{N+1}\frac{(n-1)}{N}p(n)$$

- Nello stato n, per $n>=2$, ci sono infatti (n-1) connessioni non protette sul totale delle N connessioni
- La probabilità che, nello stato n, una connessione scelta a caso fra le N sia proprio tra le (n-1) non protette è data dal rapporto (n-1)/N

Quindi nel nostro caso $U_{1:2} = \frac{1}{2}p_2 + p_3$. Del resto è evidente: nello stato "2" una connessione ha probabilità ½ di non essere protetta, mentre nello stato "3" la connessione è sicuramente non protetta (tutte le connessioni principali e di backup, sono guaste)
Di conseguenza l'affidabilità media del nostro sistema di protezione 1:2, che indichiamo come $A_{1:2}$, sarà data da $A_{1:2} = 1 - U_{1:2}$.

$U_{1:2}$=4.4466146*10^-5.
$A_{1:2} = 1 - U_{1:2}$ = **0.999956.**

In conclusione, entrambe le soluzioni 1:1 e 1:2 rispettano il vincolo di affidabilità, e la più conveniente per l'operatore è ovviamente la protezione condivisa 1:2 (gli consente di utiizzare un'unica connessione di backup condivisa fra 2 connessioni primarie).