

## **Esercizio 2 (31 Maggio 2006)**

Si considerino due connessioni ottiche che vengono trasmesse su due cammini (path) disgiunti e lunghi entrambi 750 km. Questi cammini sono soggetti a guasti (failures) che vengono stimati essere in media pari a 5 failures/anno/1000 km (ovvero, 5 failures per anno ogni 1000 km di fibra). Il tempo medio di riparazione di un guasto (Mean Time To Repair, MTTR) risulta pari in media a 18 ore.

Una connessione richiede un'availability non inferiore al 99.99% (classe di servizio "Gold"), mentre l'altra richiede un'availability non inferiore al 99.9% (classe di servizio "Silver").

1) Si determini l'availability media di tali connessioni, e si indichi inoltre se la classe di servizio per ciascuna di tali connessioni viene rispettata oppure no.

2) Nel caso in cui si sia risposto al punto precedente che una almeno delle due connessioni non rispetta la propria classe di servizio, si supponga ora di voler rispettare tale vincolo di affidabilità utilizzando la seguente soluzione: proteggere entrambe le connessioni in modo condiviso (protezione 1:2), con un unico cammino di backup di uguale lunghezza e link-disjoint rispetto al cammino di entrambe le connessioni principali, dando priorità (con preemption) nell'uso della risorsa di backup alla connessione che richiede un servizio "Gold".

Si determini qual è l'availability ottenuta per ciascuna delle due connessioni utilizzando tale soluzione. Si indichi inoltre se la classe di servizio per tali connessioni viene ora rispettata oppure no.

### **Soluzione:**

In questo caso ho un cammino soggetto a 5 guasti (failures) all'anno ogni 1000 km. La nostra connessione è lunga però 750 km, quindi sarà soggetta a  $5 \cdot 750 / 1000 = 3.75$  failures/anno.

Un anno è composto da  $365 \cdot 24 = 8760$  ore.

Quindi avremo 4 failures ogni 8760 ore, ovvero in media il Mean Time To Failure (tempo medio tra un guasto ed il successivo) sarà pari a  $8760 / 3.75 = 2336$  ore.

Il MTTR è dato dal testo del problema: 18 ore

Riassumendo:

MTTF = 2336 ore

MTTR = 18 ore

**Domanda 1)** L'affidabilità (availability) media della connessione, A, ovvero la risposta alla domanda numero 1) è data da:

$$A = \text{MTTF}/(\text{MTTF}+\text{MTTR})= 2336/(2336+18)=2336/2354= \underline{\mathbf{0.99235}}$$

La classe di servizio non viene rispettata per nessuna di tali connessioni. (99.235% è inferiore sia a 99.9% che a 99.99%, ovviamente).

**Domanda 2)** Si tratta di protezione 1:2, con priorità:

Utilizziamo il modello illustrato nella serie di lucidi sulla protezione delle reti di telecomunicazione

([https://cs.unibg.it/martignon/documenti/reti/Seminario\\_WDM\\_protection.pdf](https://cs.unibg.it/martignon/documenti/reti/Seminario_WDM_protection.pdf)), in particolare le slide 18 e 19 e **20** (“Analysis of 1:N protection **with** Service Differentiation”).

La connessione Gold è come se fosse protetta in modo dedicato (protezione 1:1), visto che può fare preemption della Silver. Calcoliamone l’affidabilità.

Abbiamo due connessioni (la principale e quella di backup), identiche, caratterizzate ciascuna da una affidabilità  $A = \text{MTTF}/(\text{MTTF}+\text{MTTR})= 2336/2354=\underline{\mathbf{0.99235}}$

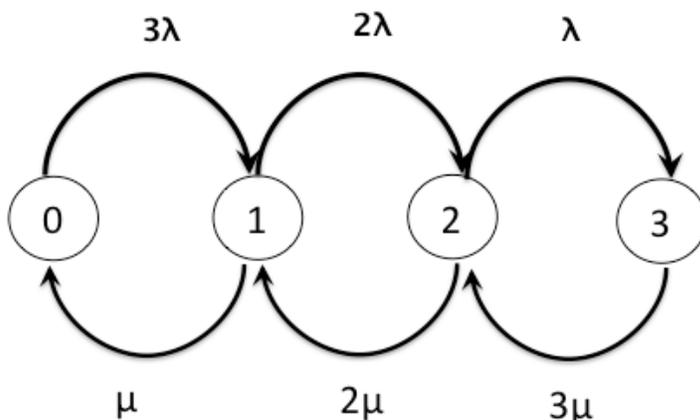
Ma allora, l’unavailability (probabilità di guasto) per ciascuna di esse risulta pari a  $1-A$ , e la probabilità che entrambe siano guaste contemporaneamente risulta (si tratta di eventi disgiunti):  $(1-A) * (1-A) = (1-A)^2 = 5.846986528 * 10^{-5}$

Quindi l’affidabilità del nostro sistema 1:1,  $A_{1:1}$ , è calcolabile come :

$$A_{1:1} = 1 - (1-A)^2 = 1 - (1-0.99235)^2 = \underline{\mathbf{0.99994153}}$$

**Ovvero: 99.994153% che rispetta il vincolo richiesto (>99.99%)**

Per la connessione Silver, devo anzitutto calcolare  $U_{1:2}$  dalla catena di Markov seguente, dove, lo stato rappresenta il numero di connessioni (senza distinzione tra la connessione principale e quella di backup) che sono guaste, ed è ovviamente compreso tra 0 (nessun guasto) e 3 (tutte guaste).



$$\lambda = 1/\text{MTTF} = 1/2336 \text{ (ore}^{-1}\text{)}$$

$$\mu = 1/\text{MTTR} = 1/18 \text{ (ore}^{-1}\text{)}$$

Definiamo per comodità:

$$\rho = \lambda / \mu = 18/2336 = 0.00770548$$

E imponendo l'equilibrio dei flussi, risulta:

$$p_0 = 1 / (1+\rho)^3$$

$$p_1 = 3\rho / (1+\rho)^3$$

$$p_2 = 3\rho^2 / (1+\rho)^3$$

$$p_3 = \rho^3 / (1+\rho)^3$$

L'unavailability media (si veda equazione di slide 19), che indicheremo con  $U_{1:2}$ , si calcola come segue, tenendo conto che nel nostro caso  $N = 2$  (protezione 1:2)

$$U(N, \lambda, \mu) = \sum_{n=2}^{N+1} \frac{(n-1)}{N} p(n)$$



- Nello stato  $n$ , per  $n \geq 2$ , ci sono infatti  $(n-1)$  connessioni non protette sul totale delle  $N$  connessioni
- La probabilità che, nello stato  $n$ , una connessione scelta a caso fra le  $N$  sia proprio tra le  $(n-1)$  non protette è data dal rapporto  $(n-1)/N$

Quindi nel nostro caso  $U_{1:2} = \frac{1}{2}p_2 + p_3$ . Del resto è evidente: nello stato "2" una connessione ha probabilità  $\frac{1}{2}$  di non essere protetta, mentre nello stato "3" la connessione è sicuramente non protetta (tutte le connessioni principali e di backup, sono guaste)

Di conseguenza l'affidabilità media del nostro sistema di protezione 1:2, che indichiamo come  $A_{1:2}$ , sarà data da  $A_{1:1} = 1 - U_{1:2}$ .

$$U_{1:2} = 8.74812513 \cdot 10^{-5}$$

$$A_{1:2} = 1 - U_{1:2} = \mathbf{0.99991252}$$

Guardando la slide 20 qui

[https://cs.unibg.it/martignon/documenti/reti/Seminario\\_WDM\\_protection.pdf](https://cs.unibg.it/martignon/documenti/reti/Seminario_WDM_protection.pdf)

appliciamo la formula per calcolare  $U_s$ :

$$U_s = (U \cdot N - U_g \cdot N_g) / N_s$$

Dove:

$N_g = 1$  (Una connessione Gold)

$N_s = 1$  (Una connessione Silver)

$N = 2$  (Due connessioni in totale)

$U_g = 5.846986528 \cdot 10^{-5}$  (calcolata al punto precedente)

$U = 8.748125128293615 \cdot 10^{-5}$  (appena calcolata).

Da cui:

$U_s = 1.164926372858723e-04$

**$A_s = 0.9998835$  ovvero **99.98835% che rispetta il vincolo (>99.9%).****

In conclusione, per entrambe le connessioni (Gold e Silver) è rispettato il vincolo di affidabilità.