Università di Bergamo

Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione e Metodi Matematici

Reti di Telecomunicazione

Prof. Fabio Martignon

Università di Bergamo

Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione e Metodi Matematici

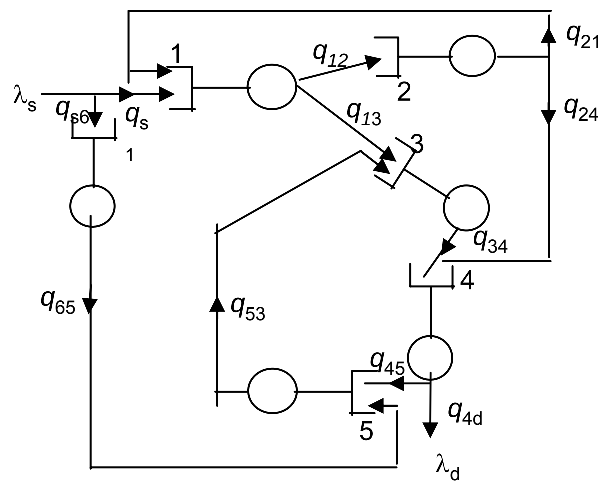
3 – Reti di Code

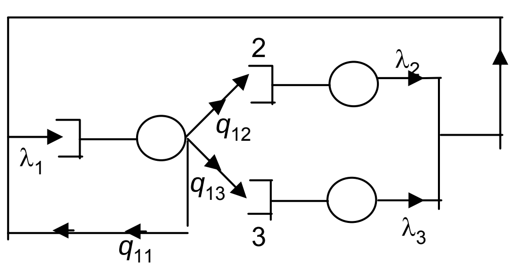
Reti di Telecomunicazione

Reti di Code

- Def.: Sistemi con risorse multiple in cui ogni stazione opera in modo asincrono e concorrente.
- Esempi
  - ✓ Calcolatori in cui CPU operano in parallelo.
  - ✓ Reti di comunicazione. I centri di smistamento operano in parallelo.
- Una rete è composta da M stazioni di servizio (non <u>serventi</u>) ognuna con la propria coda.
- Topologia della rete generale.

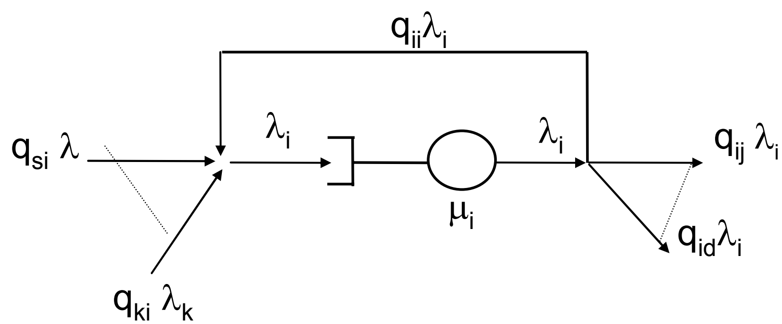
Rete di code Aperta





Rete di code Chiusa

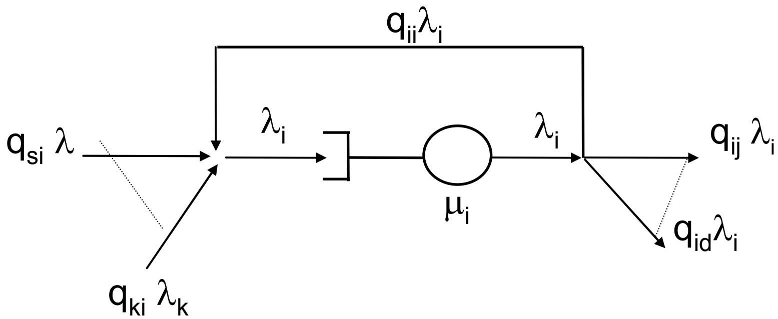
Modello del singolo sistema



Estraggo dalla rete il canale i-esimo

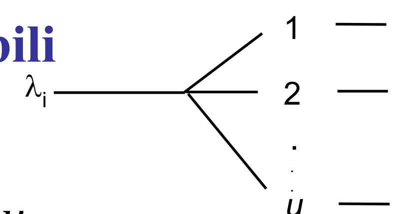
- **Flussi in ingresso al sistema:**
  - **$q_{si}\ \lambda$ traffico entrante dall'esterno**
  - **$q_{ki}\ \lambda_k$ traffico entrante dal nodo k-esimo**
- **Ripartizione del traffico uscente**
  - **$q_{id}\ \lambda_i$ traffico verso la destinazione**
  - **$q_{ij}\ \lambda_i$ traffico verso il nodo j**
- **Se i vari traffici entranti sono di Poisson anche il traffico risultante è di Poisson con valor medio pari alla somma dei valori medi.**

Modello del singolo sistema



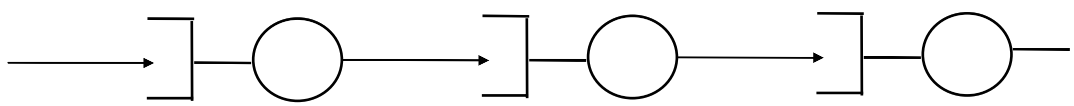
Estraggo dalla rete il canale i-esimo

- **Traffico uscente:**
  - ✓ **se le ripartizioni di traffico sono fatte in modo casuale (q_{ij} = prob. di andare al nodo j), allora i traffici uscenti sono pure di Poisson con valor medio $q_{ij}\ \lambda_i$**
- **Nota:**
  - ✓ **Se le ripartizioni fossero fatte in modo deterministico ad esempio ruotando ciclicamente fra tutte le possibili *u* uscite…**
  - ✓ **… il traffico in ognuna avrebbe distribuzione degli interarrivi erlangiana di ordine *u* con valor medio $\dfrac{u}{\lambda_i}$**



Processo in uscita da un sistema di code

- **Teorema di Burke:**
  - **Dato un sistema M|M|1, M|M|m o M|M|∞, con qualunque disciplina di coda, in regime permanente, con tasso medio degli arrivi pari a λ, risulta:**
  - **Il processo in uscita è Poissoniano con valor medio λ**
  - **Esempio: cascata di code:**



In base al teorema, studio i 3 sistemi come 3 code M|M|1

Osservazione: L'ingresso in ogni coda coincide con l'uscita della precedente. I tempi di attraversamento non sono, a rigore, indipendenti da nodo a nodo (messaggio lungo, lungo tempo di trasmissione).

Reti di Jackson

- Una rete con M nodi (o “canali”) è definita rete di Jackson se:
  - il servente al nodo *i* ha velocità di sevizio $\mu_i(n)$ quando sono presenti *n* utenti
  - completato il servizio ad un nodo l’utente sceglie a caso e indipendentemente dal passato la sua destinazione (uscire dalla rete o andare in un altro nodo)
  - la rete è aperta e ogni arrivo esterno avviene secondo un processo di Poisson

Teorema di Jackson

- **In una rete di Jackson in stato stazionario e con arrivi λ_i al nodo *i*:**
  1. **il numero di utenti in ogni nodo è indipendente dal numero di utenti in ogni altro nodo**
  2. **il nodo *i* si comporta statisticamente come se fosse caricato da traffico di Poisson con valor medio λ_i**
  3. **la distribuzione della probabilità congiunta in stato stazionario è in forma di prodotto**

$$p(\boldsymbol{n}) = \prod_{i=1}^{M} p_i(n_i)$$

ove $$p_i(n_i) = (1-\rho_i)\rho_i^{n_i}$$

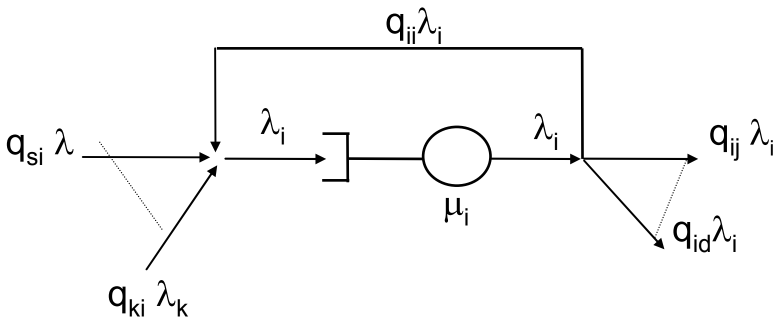
$$\rho_i = \frac{\lambda_i}{\mu_i} < 1$$

Reti di Jackson: Commenti

- Le diverse code, benché interconnesse e legate dalle espressioni di continuità dei flussi, si comportano come se fossero indipendenti.
- Ogni coda è un sistema M|M|1 indipendente.
- L'interconnessione ("effetto rete") ha solo influenza sui valori ρ_i
- Stessi risultati si ottengono con:
  1. M|M|m (sistema con tempo di servizio dipendente dallo stato della coda), per il teorema di Burke.
  2. Qualunque rete aperta con arrivi di Poisson (qui si è considerata una sola coppia sorgente-destinazione)

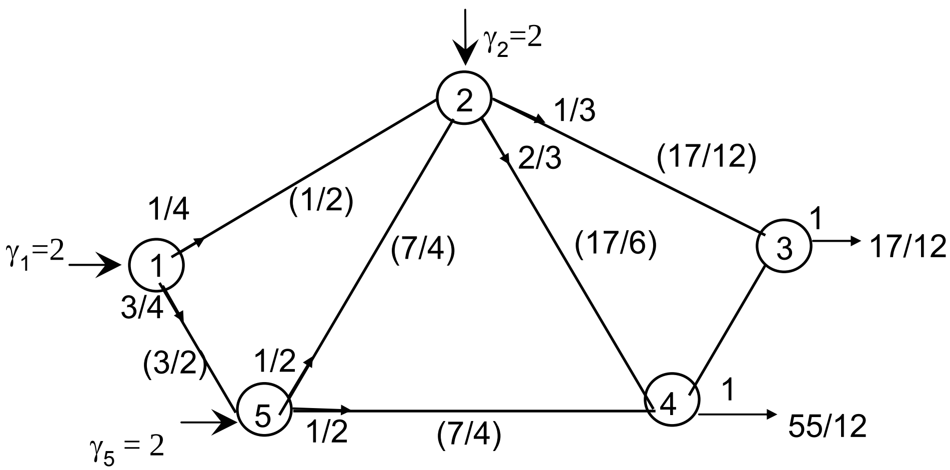
Reti di Jackson: Commenti

- Osservazione importante:
  - ✓ I tempi di servizio si sono considerati *indipendenti* da nodo a nodo.
- Questa ipotesi può lasciare perplessi: un pacchetto “lungo” in uscita da una coda genererà un servizio “lungo” nella coda successiva.
- Tuttavia se tanti flussi si “mescolano” all’ingresso della coda, la somma di tali traffici torna ad essere sufficientemente casuale, e l’ipotesi fatta è soddisfatta
- Si parla di *Kleinrock independence approximation*



Valutazione Prestazioni di una Rete di Code

- **Consideriamo un esempio introduttivo.**
- **Ipotesi:**
  - ✓ **pacchetti di lunghezza esponenziale**
  - ✓ **Capacità dei collegamenti: 3 pck/s**
- **Calcolare il ritardo medio end-to-end per i cammini (path): (1,2,3), (1,5,4), (1,5,2,4)**



Traffico totale offerto= 6 pck/s

Le quantità (…) rappresentano il traffico in pck/s presente sul collegamento

Esempio

- **Ritardo medio sul generico lato:**

$$E[T_i] = \frac{\frac{1}{\mu_i}}{1-\rho_i} = \frac{1}{\mu_i - \lambda_i} \qquad \rho_i = \frac{\lambda_i}{\mu_i}$$

- **Quindi:**

$$E\left[T_{123}\right] = \frac{1}{3-\frac{1}{2}} + \frac{1}{3-\frac{17}{12}}$$

$$E\left[T_{154}\right] = \frac{1}{3-\frac{3}{2}} + \frac{1}{3-\frac{7}{4}}$$

$$E\left[T_{1524}\right] = \frac{1}{3-\frac{3}{2}} + \frac{1}{3-\frac{7}{4}} + \frac{1}{3-\frac{17}{6}}$$

Il ritardo lungo un generico cammino (sequenza di lati modellizzati ciascuno come M|M|1) è pari alla somma dei ritardi sui singoli lati

Grado di Servizio di una Rete

- **G.o.S (detta anche Quality of Service, QoS)**
  - ✓ **Tempo medio T* impiegato per andare dal nodo sorgente al nodo destinazione = media pesata dei ritardi fra tutte le coppie di nodi.**

$$T^* = \sum_{ij} \frac{\gamma_{ij} T_{ij}}{\gamma}$$

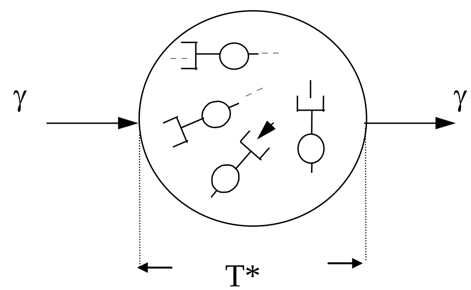
γ_{ij} = Frequenza media pacchetti con sorgente *i* e destinazione *j*

$\gamma = \sum_{ij} \gamma_{ij}$ = Totale traffico medio entrante nella rete

T_{ij} = Ritardo medio tra sorgente *i* e destinazione *j*

Nota: G.o.S rappresenta un indicatore unico delle prestazioni della rete. Utilizzando questa definizione, tuttavia, è necessario eseguire $O(M^2)$ operazioni, tante quante sono le coppie sorgente-destinazione nel grafo

Grado di Servizio di una Rete



$$\gamma\, T^* = E[n]$$ **LITTLE's RESULT**

$$E[n] = \sum_{i=1}^{M} E[n_i]$$

M = numero lati/archi del grafo

$E[n_i]$ = numero medio di messaggi in coda o in servizio sul lato *i*

$$= \lambda_i\, T_i = \lambda_i \frac{1}{\mu_i - \lambda_i}$$ **LITTLE's RESULT**

da cui $$T^* = \frac{1}{\gamma} \sum_{i=1}^{M} \frac{\lambda_i}{\mu_i - \lambda_i}$$

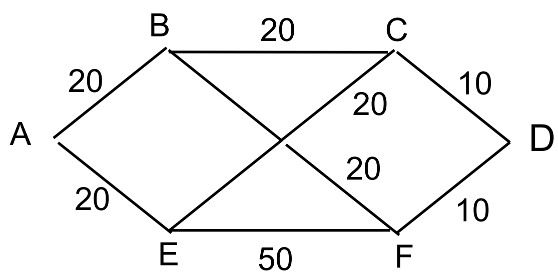
dipende da λ_i traffico offerto al lato *i* (si considerano solo le code nei lati).

Nota: in tal modo il calcolo del G.o.S ha complessità O(M), ove M è il numero di lati del grafo

Grado di Servizio: estensioni

- E’ possibile estendere la definizione data precedentemente di G.o.S. di una rete tenendo conto di:
  - Ritardi di propagazione fra i nodi
  - Tempo di processing all’interno di ogni nodo
- Tuttavia, noi utilizzeremo la definizione data, che caratterizza con sufficiente precisione le prestazioni della rete

Esempio



Rete con 6 nodi ed 8 link
Tutti i link sono full-duplex (bidirezionali)
Capacità espresse in kbit/s

- **Matrice dei Traffici (offerti alla rete) simmetrica**
- **Traffico totale offerto alla rete: $\gamma =$ 124 pck/s**
- $\frac{1}{\mu} = 800\ bit$ **(serve per convertire le capacità dei link da bit/s a pck/s)**

	A	B	C	D	E	F
A	-	9 AB	4 ABC	1 AB**FD**	7 AE	4 AEF
B	9 BA	-	8 BC	3 B**FD**	2 BFE	4 BF
C	4 CBA	8 CB	-	3 CD	3 CE	2 CEF
D	1 DFBA	3 DFB	3 DC	-	3 DCE	4 DF
E	7 EA	2 EFB	3 EC	3 ECD	-	5 EF
F	4 FEA	4 FB	2 FEC	4 **FD**	5 FE	-

$\rightarrow \gamma_{ij}$ pck/s
$\rightarrow$ CAMMINO

Esempio: $\lambda_{FD} = \gamma_{AD} + \gamma_{BD} + \gamma_{FD} = 8$ pck/s $= \lambda_{DF}$

Esempio

Utilizzando formula M|M|1

i	Link	λ_i pck/s	C kbit/s	μC_i pkts/s	T_i ms
1	AB	14	20	25	91
2	BC	12	20	25	77
3	CD	6	10	12.5	154
4	AE	11	20	25	71
5	EF	13	50	62.5	20
6	FD	8	10	12.5	222
7	BF	10	20	25	67
8	EC	8	20	25	59

n_i
1.28
0.92
0.92
0.79
0.27
1.78
0.67
0.47

164

E' un numero > 124, ma è corretto. Infatti un pacchetto, nella rete, percorre più tratte, e genera traffico su più link

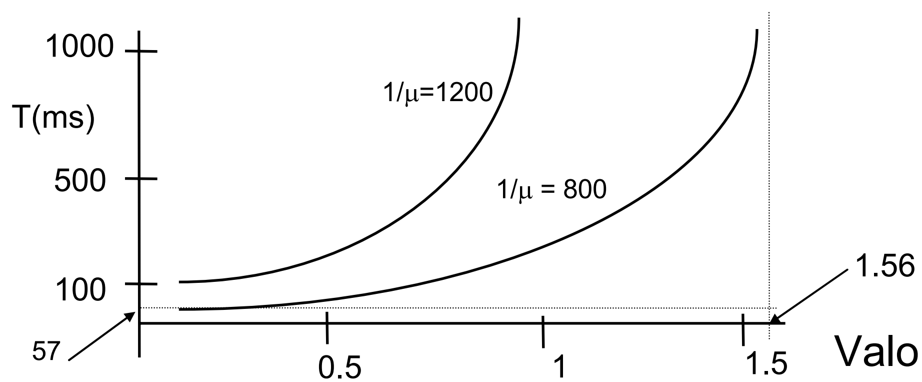
$$\bar{n} = \frac{164}{124} = 1.32$$

Numero medio link attraversati da un pacchetto (ovvero: da un cammino)

$$T^* = \frac{1}{\gamma} \sum_{i=1}^{M} \lambda_i T_i = 114ms$$

Esempio

- **Adesso valutiamo la sensibilità della rete al carico offerto**
- **Per far questo supponiamo di moltiplicare la matrice del traffico offerto per un coefficiente η, e valutiamone il G.o.S.**



Valore di saturazione dato dal lato che satura prima, ovvero il lato FD

A rete scarica (η tende a 0)

$$T_0 = \sum \frac{\lambda_i}{\gamma} \frac{1}{\mu C_i} = 57ms$$

$$T_i \rightarrow \frac{1}{\mu C_i}$$

$$\frac{\mu C_i}{\lambda_i} = \frac{12.5}{8} = 1.56$$

Basta guardare la tabella e fare il rapporto
Tra la colonna λ e quella μC