Termini e formule principali dell'analisi operazionale

giugno '06

Fare riferimento ai primi 5 capitoli del libro: *E.D. Lazowska, J. Zahorjan, G.S. Graham, K.C. Sevcik*; Quantitative System Performance; Prentice-Hall, Inc.; disponibile (free) a:

http://www.cs.washington.edu/homes/lazowska/qsp/

L'indice (i), posto fra parentesi o come suffisso indica il generico nodo della rete di code, si suppone che esista una sola classe di carico.

La rete contiene M nodi, se aperta, M+1 se chiusa, l'indice 0 designa generalmente il nodo "terminali" nel modello chiuso, il "mondo esterno" nel modello aperto; (le Σ sono da intendersi per valori (i) da 1 a M).

T: durata dell'osservazione.

B(i): tempo in cui (i) è occupato.

B(i)/T = U(i): utilizzo.

A(i), C(i): numero degli arrivi e partenze durante l'intervallo T; se A(i) = C(i), il nodo (i) è in equilibrio.

X(i) = C(i)/T: tasso di partenze, flusso di transazioni, throughput.

X(0) viene indicato con X, si omette l'indice.

X(i)/X(j) = costante (ipotesi di omogeneità).

V(i) = X(i)/X: è detto numero di visite.

s(i): tempo di servizio.

Z: tempo di terminale ("thinktime").

r(i): tempo di risposta.

D(i) = V(i) × s(i): domanda di servizio.

D = Σ D(i): domanda totale (minimo valore del tempo di risposta).

V(0) = 1; s(0) = D(0) = Z.

Db = Max(D(i)): domanda al collo di bottiglia.

Da = D/M: domanda media.

Xmax = 1/Db: massimo throughput.

U(i) = X(i) × s(i) = X × D(i): utilizzo di (i) (Legge dell'utilizzo).

R(i) = V(i) × r(i): tempo di residenza in (i).

R = Σ R(i): tempo di risposta.

CT = R + Z: tempo di ciclo.

N: numero di terminali attivi.

R = N/X – Z: (Legge del tempo di risposta).

R ≥ N/Xmax – Z = N × Db – Z: comportamento asintotico.

N* = (D + Z)/Db: (per N>N* si formano necessariamente accodamenti).

Legge di Little

$Q(\Omega)$, $R(\Omega)$, $X(\Omega)$: numero di elementi, tempo di residenza, flusso (relativi all'area (Ω)).

$Q(\Omega) = R(\Omega) \times X(\Omega)$.

Modello aperto

$r(i) = s(i)/(1- U(i))$: tempo di risposta.

$R(i) = D(i)/(1- U(i))$: tempo di residenza.

Modello chiuso

AQ(i): lunghezza della coda vista all'arrivo in (i) da un utente.

$r(i) = s(i) \times (1 + QA\ (i))$: tempo di risposta.

$R(i) = D(i) \times (1 + QA\ (i))$: tempo di residenza.

Modello chiuso bilanciato

Limiti inferiore e superiore di R(N):

$\mathrm{Max}(N \times Db - Z, R^{-}(N)) \leq R(N) \leq R^{+}(N)$

$R^{-}(N) = D + Da\ (N-1)/(1+ Z/D)$

$R^{+}(N) = D + Db\ (N-1)/(1+ Z/ND)$

Limiti inferiore e superiore di X(N):

$N/(Z+R^{+}(N)) \leq X(N) \leq \min(1/Db, N/(Z+R^{-}(N))$