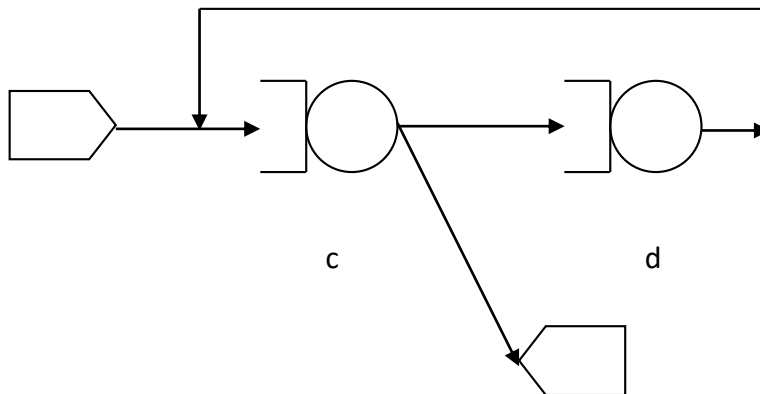


# Esempio di uso delle relazioni operazionali

## 1. Modello aperto

con 2 stazioni e 2 classi di transazioni a illustrazione ed esempio delle relazioni operazionali



Delle classi di transazioni, denominate A e B, si conoscono le seguenti variabili (parametri del modello):

$V_{A,d} = 9$ ;  $V_{B,d} = 4$ : visite al nodo d (disco) rispettivamente della classe A e B.

$S_{A,c} = 1/10$ ;  $S_{B,c} = 2/5$ : tempi di servizio del nodo c (CPU).

$S_{A,d} = 1/3$ ;  $S_{B,d} = 1$ : tempi di servizio del nodo d (disco).

$X_A = 3/19$ ;  $X_B = 2/19$ : tasso di arrivi rispettivamente della classe A e B.

Si vogliono calcolare le altre variabili di interesse sia relative alle classi che alla transazione media che si ottengono dalle variabili per classe con come pesi i tassi  $X_A$  e  $X_B$  (cioè  $3/5$  e  $2/5$  rispettivamente) o, come vedremo, dalle variabili “globali”.

Ecco la tabella dei risultati e le relative “ricette” di calcolo:

classe	visite		servizi		tassi			utilizzi		domande		
	$V_c$	$V_d$	$S_c$	$S_d$	$X_c$	$X_d$	$X$	$U_c$	$U_d$	$D_c$	$D_d$	$D$
A	10	9	1/10	1/3	30/19	27/19	3/19	3/19	9/19	1	3	4
B	5	4	2/5	1	10/19	8/19	2/19	4/19	8/19	2	4	6
media	8	7	7/40	17/35	40/19	35/19	5/19	7/19	17/19	7/5	17/5	24/5

### Parametri per tipo di transazione

- $V_{A,c} = V_{A,d} + 1$  e analogamente per l'altra classe, infatti (dallo schema) ogni istanza di transazione deve visitare il nodo c una volta in più che il nodo d.
- $X_{A,c} = X_A \times V_{A,c} = 3/19 \times 10 = 30/19$  (tasso di attraversamento del nodo c dalla classe A) e analoghe per  $X_{A,d}$ ,  $X_{B,c}$ ,  $X_{B,d}$ .
- $D_{A,c} = S_{A,c} \times V_{A,c} = 1/10 \times 10 = 1$  (domanda al nodo c da parte della classe A) e analoghe per  $D_{A,d}$ ,  $D_{B,c}$ ,  $D_{B,d}$ .
- $D_A = D_{A,c} + D_{A,d} = 1 + 3 = 4$  (domanda totale della classe A) e analoga sostituendo A con B.

- $U_{A,c} = X_A \times V_{A,c} \times S_{A,c} = X_{A,c} \times S_{A,c} = X_A \times D_{A,c} = 3/19 \times 10 \times 1/10 = 3/19$  (Utilizzo del nodo c da parte della classe A) e analoghe per  $U_{B,c}$ ,  $U_{A,d}$ ,  $U_{B,d}$ .

#### Parametri additivi

$X = X_A + X_B = 3/19 + 2/19 = 5/19$  tasso globale di transazioni (indipendentemente dalla classe).

- $X_c = X_{A,c} + X_{B,c} = 30/19 + 10/19 = 40/19$  (tasso di attraversamento del nodo c) e analoga per  $X_d$ .
- $U_c = U_{A,c} + U_{B,c} = 3/19 + 4/19 = 7/19$  (utilizzo del nodo c) e analoga per  $U_d$ .

#### Parametri della classe media complessiva (A+B)

Devono essere calcolati con i pesi “opportuni” cioè V e D pesate sul tasso di transazioni ma S pesato sul tasso di attraversamento del nodo, cioè:

- $V_c = V_{A,c} \times 3/5 + V_{B,c} \times 2/5 = 10 \times 3/5 + 5 \times 2/5 = 8$  (visite al nodo c) e analoga per  $V_d$ . Si ritrova ancora che  $V_c = V_d + 1$ .
- $D_c = D_{A,c} \times 3/5 + D_{B,c} \times 2/5 = 1 \times 3/5 + 2 \times 2/5 = 7/5$  (domanda a c) e analoga per  $D_d$ .

Naturalmente, data la linearità delle medie, D (domanda totale) può essere ottenuta sommando le domande medie o mediando le domande totali per tipo transazione:

- $D = D_c + D_d = D_A \times 3/5 + D_B \times 2/5 = 24/5$ .
- $S_c = (S_{A,c} \times X_{A,c} + S_{B,c} \times X_{B,c}) / X_c = (1/10 \times 30/19 + 2/5 \times 10/19) \times 19/40 = 7/40$ , oppure:
- $S_c = D_c / V_c = 7/5 / 8 = 7/40$ , oppure:
- $S_c = U_c / X_c = 7/19 \times 19/40 = 7/40$  e analoghe relazioni per  $S_d$ .

#### Tempi di risposta

Per questi valgono le relazioni seguenti:  $R_A = R_A(X_A, D_{A,c}, D_{A,d}, X_B, D_{B,c}, D_{B,d})$ ;

$R_B = R_B(X_A, D_{A,c}, D_{A,d}, X_B, D_{B,c}, D_{B,d})$ ;  $R = R(X_A, D_{A,c}, D_{A,d}, X_B, D_{B,c}, D_{B,d})$ .

Se poi ci interessa solo il tempo di risposta della transazione media R e se la ripartizione fra  $X_A$  e  $X_B$  non varia (condizione perché  $D_c$  e  $D_d$  non varino) allora  $R = R(X, D_c, D_d)$ .

Inoltre si può operare in modo “microscopico” ovvero calcolando i tempi medi di risposta per attraversamento (che indichiamo con  $r_c$  ed  $r_d$ ) e ottenere il tempo di permanenza per tipo transazione e nodo da questi e dalle visite oppure ricavarlo direttamente dalle domande, vediamo allora di ottenere i tempi in modi diversi.

- $R = R_c + R_d$
- $R_c = D_c / (1 - U_c) = 7/5 / (1 - 7/19) = 133/60$
- $R_d = D_d / (1 - U_d) = 17/5 / (1 - 17/19) = 323/10$
- $R = 2071/60 = \boxed{34.517}$
- $R_A = R_{A,c} + R_{A,d}$
- $R_{A,c} = D_{A,c} / (1 - U_c) = 1 / (1 - 7/19) = 19/12$
- $R_{A,d} = D_{A,d} / (1 - U_d) = 3 / (1 - 17/19) = 57/2$
- $R_A = 361/12$
- $R_B = R_{B,c} + R_{B,d}$
- $R_{B,c} = D_{B,c} / (1 - U_c) = 2 / (1 - 7/19) = 19/6$
- $R_{B,d} = D_{B,d} / (1 - U_d) = 4 / (1 - 17/19) = 38$
- $R_B = 247/6$
- $R = R_A \times 3/5 + R_B \times 2/5 = 361/12 \times 3/5 + 247/6 \times 2/5 = \boxed{34.517}$

- $r_c = S_c / (1 - U_c) = 7/40 / (1 - 7/19) = 133/480$
- $r_d = S_d / (1 - U_d) = 17/35 / (1 - 17/19) = 323/70$
- $R = V_c \times r_c + V_d \times r_d = 8 \times 133/480 + 7 \times 323/70 = \boxed{34.517}$

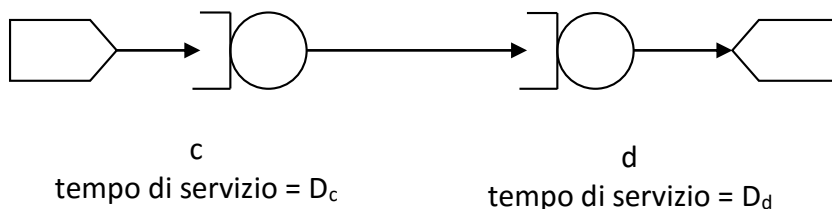
Lascio ora a chi è masochista di proseguire sulla strada di ulteriori riduzioni, cioè al calcolo di  $r_{A,c}$  eccetera.....

### Lunghezza delle code

- $Q_d = X \times R_d = 5/19 \times 323/10 = 17/2$
- $Q_d = Q_{A,d} + Q_{B,d} = X_A \times R_{A,d} + X_B \times R_{B,d} = 3/19 \times 57/2 + 2/19 \times 38 = 9/2 + 4 = 17/2$

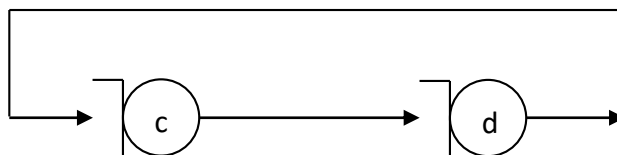
### Osservazioni

1. Occorre calcolare le prestazioni (tempi di risposta) per le classi separatamente se lo si desidera espressamente e/o se la ripartizione dei carichi viene modificata (cioè se è essa stessa un parametro variabile del modello).
2. Gli utilizzi che intervengono nella formula dei tempi di risposta sono quelli complessivi (di tutte le classi).
3. L'utilizzo è una grandezza che ha senso se calcolata per nodo. Se sommiamo gli utilizzi di tutti i componenti otteniamo un numero che ha il significato di quanti utenti sono mediamente in servizio nel sistema ma che non ha alcun senso pratico.
4. Dal punto di vista delle prestazioni il modello originario è equivalente, operazionalmente, a quello dello schema che segue:



## 2. Modello chiuso

Se trasformiamo il modello da aperto in chiuso, esso assume la seguente forma:



Vogliamo risolverlo (col metodo MVA) in due modi diversi che sembrano a prima vista equivalenti e cioè:

- Con 2 job di profilo medio.
- Con 1 job di tipo A e 1 di tipo B.

### Prima soluzione (job medio)

$$D_c = 7/5; D_d = 17/5; D = 24/5$$

Se  $N = 1$ , allora:

- $R(1) = D = 24/5 = 4.8$ ;  $X = 1/R(1) = 5/24 = 0.2083$ ;  $Q_{1,c} = D_c/D = 7/24$ ;  $Q_{1,d} = D_d/D = 17/24$ .
- $D_b = D_d = 17/5$ ;  $\Rightarrow R_{\text{asint}} = 17/5$  N;  $N^* = D/D_b = 24/17$ .

Se  $N = 2$ :

- $R_{2,c} = D_c (1 + Q_{1,c}) = 7/5 (1 + 7/24) = 217/120$
- $R_{2,d} = D_d (1 + Q_{1,d}) = 17/5 (1 + 17/24) = 697/120$
- $R(2) = R_{2,c} + R_{2,d} = 914/120 = \boxed{7.617}$
- $X(2) = 2 / R(2) = \boxed{0.26258}$

### Seconda soluzione (1A, 1B)

Se i job sono 2, quello di classe A vede la coda di 1 job B e viceversa, allora:

- $D_{A,c} = 1$ ;  $D_{A,d} = 3$ ;  $D_A = 4$ ;
- $D_{B,c} = 2$ ;  $D_{B,d} = 4$ ;  $D_B = 6$ ;
- $Q_{1A,c} = 1/4$ ;  $Q_{1A,d} = 3/4$ ;
- $Q_{1B,c} = 1/3$ ;  $Q_{1B,d} = 2/3$ ;
- $R_{A,c}(2) = D_{A,c} (1 + Q_{1B,c}) = 1 (1 + 1/3) = 4/3$ ;
- $R_{A,d}(2) = D_{A,d} (1 + Q_{1B,d}) = 3 (1 + 2/3) = 5$ ;
- $R_A(2) = R_{A,c}(2) + R_{A,d}(2) = 19/3$ ;
- $X_A(2) = 1 / (19/3) = 3/19$
- $R_{B,c}(2) = D_{B,c} (1 + Q_{1A,c}) = 2 (1 + 1/4) = 5/2$ ;
- $R_{B,d}(2) = D_{B,d} (1 + Q_{1A,d}) = 4 (1 + 3/4) = 7$ ;
- $R_B(2) = R_{B,c}(2) + R_{B,d}(2) = 19/2$ ;
- $X_B(2) = 1 / (19/2) = 2/19$
- $X(2) = X_A(2) + X_B(2) = 5/19 = \boxed{0.2631}$
- $R(2) = 2 / X(2) = 38/5 = \boxed{7.6}$

Le differenze, in questo caso sono minime, ma crescono insieme alla popolazione di job.