



**Università di Bergamo**

*Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione e  
Metodi Matematici*

# **Reti di Telecomunicazione**

**Prof. Fabio Martignon**



**Università di Bergamo**

*Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione e  
Metodi Matematici*

## **4 – Routing**

### **Reti di Telecomunicazione**

# Instradamento

- **Parametri e requisiti**
- **Tecniche di instradamento deterministiche**
- **Tecniche di instradamento dinamiche**
- **Instradamento multicast e broadcast**
- **Routing Ottimo**
- **Instabilità**

# Instradamento

- L'instradamento è la funzione dello Strato Rete che permette l'utilizzazione contemporanea delle risorse di rete da parte di diverse relazioni di traffico.
- L'instradamento richiede la funzione di commutazione nei nodi della rete.
- Si richiede efficienza nell'utilizzo di tale risorse, per poter smaltire il traffico offerto alla rete ...
- ... e l'ottimizzazione nell'uso dei canali di trasmissione quando la topologia della rete ammette più cammini fra ogni coppia di nodi.

# Instradamento

- La politica di instradamento specifica il flusso medio,  $x_p$ , in ogni cammino fra i nodi  $i$  e  $j$  in modo tale che

$$\sum_{\text{su tutti i cammini fra (i,j)}} x_p = \gamma_{ij} \longleftarrow \text{Traffico offerto tra i e j}$$

- rispettando i vincoli di:
  - **Fattibilità:**  
somma dei flussi in un lato  $\leq$  capacità del lato
  - **Solenoidalità**  
somma dei flussi entranti in un nodo (arco) = somma dei flussi uscenti dal nodo (arco)

# Instradamento

- Il traffico massimo smaltito da una rete definisce la *capacità di rete*,  $C$

$$C = \max_{\text{instradamenti}} S(I, A)$$

ove  $S$  = traffico smaltito, funzione di

$I$  = Instradamento

$A$  = matrice delle relazioni di traffico offerto alla rete

- In generale  $C$  dipende da
  - Topologia della rete
  - Capacità dei canali
  - Matrice delle relazioni di traffico (ovvero:  $A$ )

# Instradamento

- Se:
  - gli  $m$  canali di rete sono tutti uguali con velocità  $\mu$  pck/s e ritardo di trasferimento pari a  $\tau$  secondi
  - $L$  è numero medio di trasmissioni di un pacchetto in rete = lunghezza media del cammino misurata in tratte.

- allora si ha:

- ✓  $L\tau =$  tempo medio di permanenza in rete

- ✓  $m\mu\tau =$  numero medio di pacchetti in rete (a pieno regime)

- $\gamma \cdot L\tau = m\mu\tau$  (per il teorema di Little)

essendo  $m\mu\tau$  il numero massimo di pacchetti in rete  $\gamma = C$

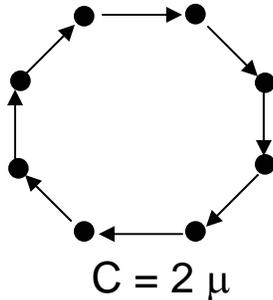
$$C = \frac{m\mu}{L} \text{ pacc/s}$$

- Commenti

- vale il segno di uguale se tutti i canali sono pieni, se no  $C \leq \frac{m\mu}{L}$
  - indipendente da  $\tau$

# Esempi

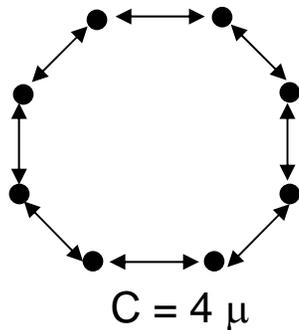
- Rete ad anello con canali unidirezionali (Token Ring)



$$M = m = 8$$
$$L = 4$$

$$L = \frac{\sum_{i=1}^{M-1} i}{M-1} = \frac{(M-1)M}{2(M-1)} = \frac{M}{2}$$

- Rete ad anello con canali bidirezionali (capacità ripartita nelle due direzioni)



$$L = \frac{M}{4}$$

(per M pari)

# Tecniche di Instradamento

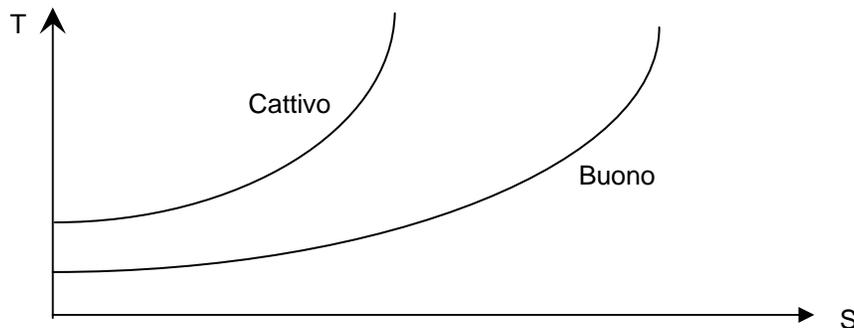
- **Definizione**
  - **Insieme di regole secondo le quali il traffico esterno entrante viene instradato verso la propria destinazione.**
- **Datagram: la tecnica di instradamento agisce sui singoli pacchetti (ogni pck ha storia a sé)**
- **Virtual call: la tecnica di instradamento agisce sui pacchetti di richiesta di chiamata. La strada è fissata per ogni circuito virtuale (instradamento di sessione).**
- **Le tecniche di instradamento coinvolgono varie procedure anche complesse che possono lavorare indipendentemente ma che devono supportarsi a vicenda e scambiarsi informazioni.**

# Tecniche di Instradamento

- **Complessità dovuta a:**
  - **Coordinamento fra tutti i nodi della rete (a livello Data link solo 2 nodi)**
  - **Funzionamento anche in presenza di guasti nei collegamenti e nodi. Reinstradamento del traffico e aggiornamento di tabelle.**
  - **Dinamicità nelle scelte dovuto a cambiamenti nel traffico. Per ottenere migliori prestazioni.**
- **Nota: non tutti gli instradamenti sono dinamici. Possono anche essere statici.**

# Tecniche di Instradamento e Prestazioni

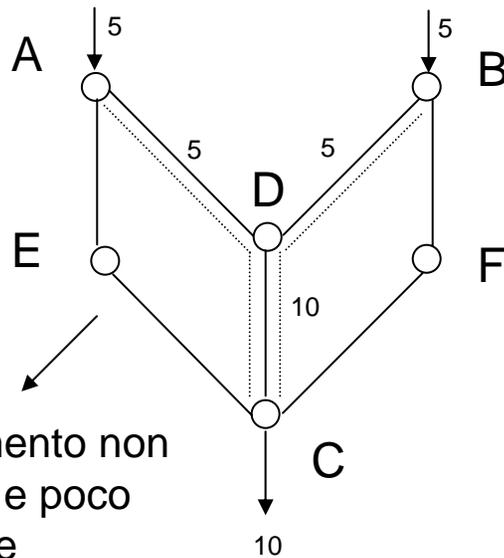
- Prestazioni che dipendono dalle tecniche di instradamento, ovvero criteri di valutazione delle tecniche di instradamento
  - Throughput **S**
  - Ritardo medio **T**
  - Affidabilità **A**



Nota: tali curve possono incrociarsi.  
Si individuano allora delle aree di convenienza delle diverse tecniche di instradamento, a seconda del traffico smaltito S.

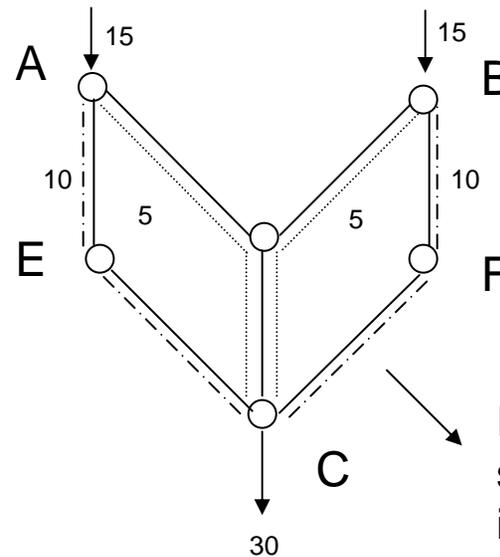
# Esempio

- Capacità di ogni lato uguale a 10 unità di banda (udb)



Instradamento non suddiviso e poco intelligente

Più di 10 udb non posso mandare  
Sul lato DC ho ritardi elevatissimi

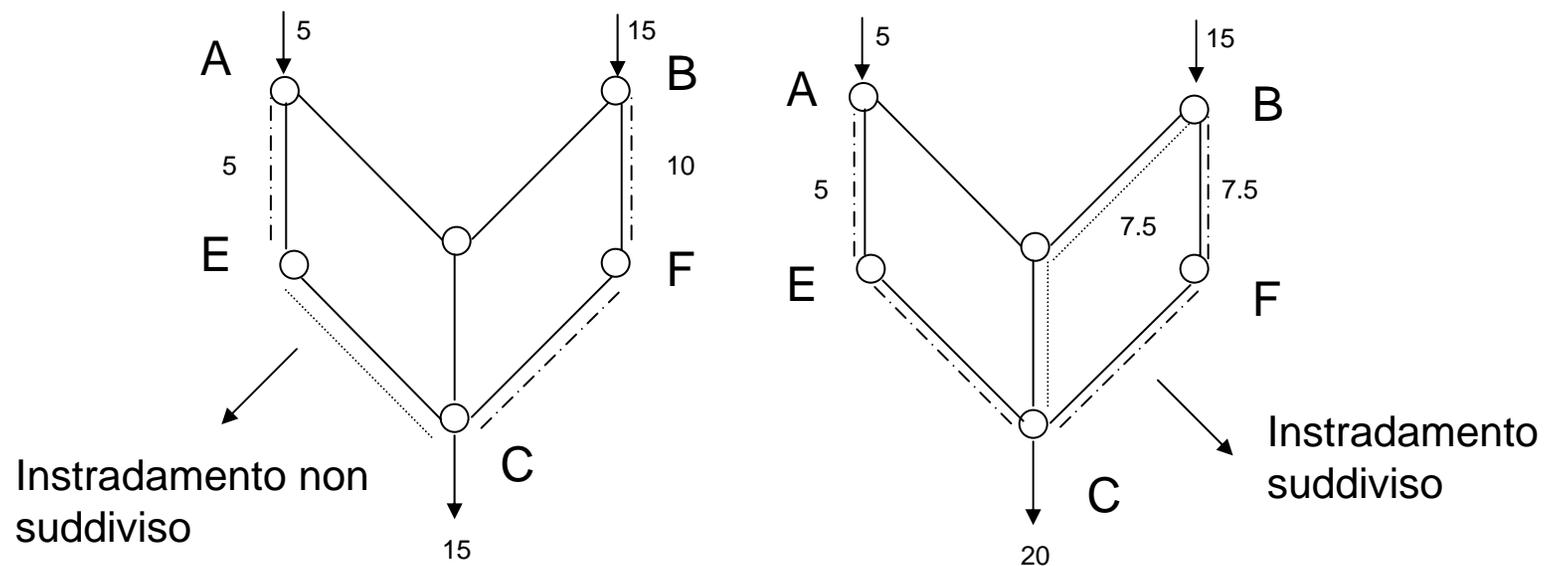


Instradamento suddiviso e intelligente

- Il throughput massimo ottenibile varia da 10 a 30 udb, a seconda dell'instradamento scelto.

## Esempio (2)

- Capacità di ogni lato uguale a 10 unità di banda



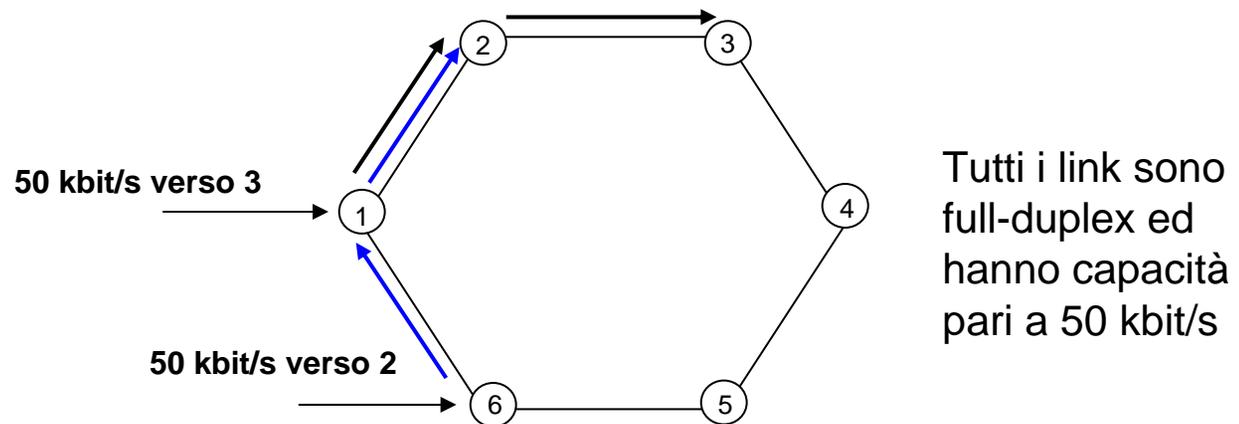
- Se non posso splittare il traffico, allora devo rifiutare 5 udb al nodo B (come minimo) e instradare lungo A-E-C e B-F-C (accetto massimo 15 udb totali)
- Se il traffico in B può essere splittato, ma in modo uguale, allora uso: A-E-C (5 udb) e poi B-F-C (7.5 udb) e B-D-C (7.5 udb). Totale traffico accettato: 20 udb.

# Requisiti delle Tecniche di Instradamento

- **Requisiti:**
  - **Semplicità:** di descrizione e programmazione (diversi calcolatori, tempo reale)
  - **Affidabilità:** possa reagire quando nodi e lati si guastano
  - **Stabilità:** a valori di traffico fissi deve fornire una soluzione stabile ed accurata, che non dipende da come è evoluto il sistema
  - **Adattamento:** alle variazioni della topologia della rete e del traffico. Velocità di adattamento
  - **Ottimità globale:** ottimizzare il traffico totale smaltito dalla rete
  - **Fairness (eguaglianza)** con cui tratto gli utenti della rete

# Requisiti Tecniche Instradamento

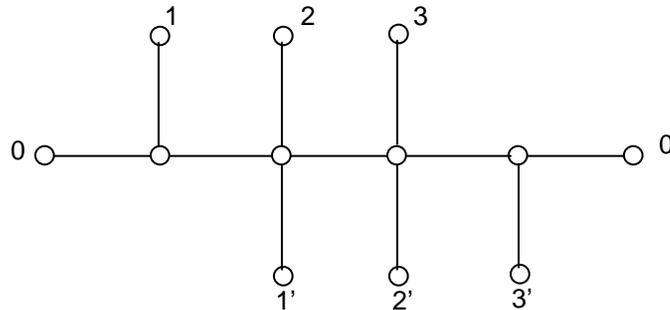
## Ottimità globale



- In generale, tenere basso il numero di tratte (link) utilizzate massimizza la capacità del sistema, soprattutto ad alti carichi (Si ricordi l'espressione di  $C = \frac{m\mu}{L}$ )
- Tuttavia in questo caso tale criterio non andrebbe bene: il link (1,2) si vedrebbe offerto un traffico di 100 kbit/s, superiore alla sua capacità

# Requisiti Tecniche Instradamento

**Eguaglianza  
(Fairness)**



Ogni link ha capacità unitaria (1 unità di banda)  
Tutte le coppie di nodi offrono alla rete 1 unità di banda

- Instradando tutto il traffico proveniente dai nodi 1, 2 e 3, saturo i 3 link centrali, ed impedisco al nodo 0 di trasmettere. Tuttavia ho accettato 3 u.d.b. nella rete
- Se invece instrado 0.5 u.d.b. dei traffici 1,2 e 3, posso instradare anche 0.5 u.d.b. del traffico proveniente da 0. In totale ho accettato solo 2 u.d.b, ma ho trattato equamente i 4 utenti della rete

# Tecniche di Instradamento: Classificazione

- Possono essere classificate in:
  - Tecniche Deterministiche: assegnate “una volta per tutte” in fase di progettazione/configurazione della rete
    - ✓ Diffusione o Flooding (Inondazione)
    - ✓ Instradamento Fissato
    - ✓ Instradamento Suddiviso
  - Tecniche Dinamiche

# Diffusione (o Flooding)

## ■ 1) DIFFUSIONE:

Ogni nodo ritrasmette ogni messaggio ricevuto su tutti i lati in uscita escludendo quello da cui è stato ricevuto.

## ■ Proprietà

- Un messaggio viene propagato a tutti i nodi della rete.
- Per implementarlo in modo corretto, va memorizzata l'identità (ID) dei messaggi già inoltrati per evitare continuo ricircolo (Numerazione ciclica)

## ■ Svantaggi

- Elevato traffico interno
- $T^*$  grande
- Realizzazione abbastanza complessa (dovuto alla memorizzazione degli ID)

## ■ Vantaggi

- Grande affidabilità: è garantito il pck giunga a destinazione, ammesso esista almeno un cammino tra sorgente e destinazione. Questa tecnica le prova tutte, le strade.

## ■ Applicazioni

- Rete con piccolo coefficiente di utilizzo e vincoli ristretti sulla affidabilità (esempio reti militari, pensate per funzionare anche in ambiente ostile)

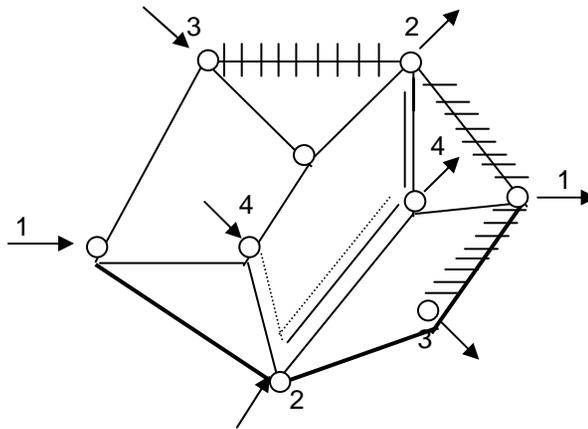
## ■ Varianti

- Diffusione selettiva: ad es i messaggi che arrivano da un nodo a Nord li mando a Sud.
- Spanning Tree: albero di diffusione

# Instradamento Fissato

- **2)INSTRADAMENTO FISSATO** (Tecnica duale del Flooding)

L'instradamento del pacchetto dipende solo dal nodo in cui si trova e dal nodo di destinazione



Esempio: 4 coppie sorgente-destinazione  
Come faccio a specificare tale instradamento? Non memorizzo  $N^2$  cammini! Ad ogni nodo assegno VI, che specifica il next hop. Ogni nodo conosce solo il next-hop.

- **Realizzazione mediante Vettore di Instradamento (VI) assegnato in ogni nodo**



- **VI è determinato in ogni nodo dall'assegnamento ottimo dei flussi.**

- **Svantaggi:**

- ✓ Scarsa affidabilità (ho 1! cammino per ogni coppia di nodi)
- ✓ Se  $k$  si guasta,  $j$  è irraggiungibile per il nodo  $i$

- **Vantaggi:**

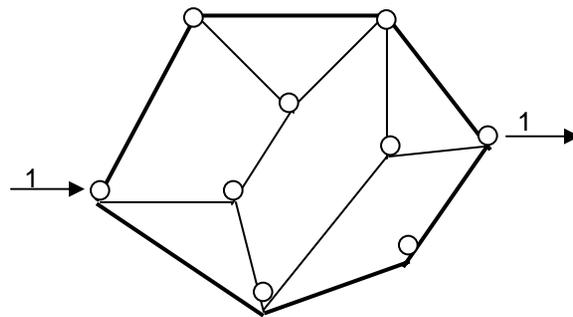
- ✓ Semplicità di realizzazione
- ✓  $T^*$  piccolo
- ✓ I pacchetti non percorrono circuiti

I pck con destinazione  $j$  vengono inviati al next-hop  $k$

# Instradamento Suddiviso

## ■ 3) INSTRADAMENTO SUDDIVISO

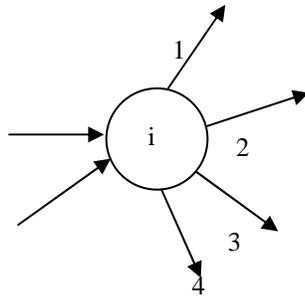
E' pur sempre prefissato ma ad ogni nodo sono specificati più cammini per ogni destinazione (se esistono alternative, ovviamente).



Esempio: 4 coppie  
sorgente-destinazione

- Realizzazioni mediante la Matrice di Instradamento (MI) assegnata in ogni nodo (ha tante righe quanti sono i nodi della rete).
- $MI_i(j,\ell)$ , percentuale di traffico entrante nel nodo  $i$  con destinazione nodo  $j$  instradato attraverso l'arco  $\ell$
- Le probabilità di scelta possono essere fissate in modo da ottenere in ogni lato il traffico ottimo (instradamento ottimo).

# Instradamento Suddiviso



Il nodo  $i$  ha 4 uscite  
 Il traffico per  $j$  lo instrado  
 con  $p=0.3$  in 1,  $p=0.2$  in 2  
 ...

Sono nel nodo  $i$

	1	2	3	4
1				
...				
$j$	0.30	0.20	0.40	0.10
	...	...	...	...

## ■ Svantaggi:

- Scarsa affidabilità (maggiore che nell'instradamento fissato)
- Alcuni flussi (TCP) mal tollerano riordino e segmenti out-of-order giunti a destinazione
- Complessità maggiore (memorizzo una matrice)

## ■ Vantaggi:

- Miglior bilanciamento del traffico
- $T^*$  piccolo
- I pacchetti non percorrono circuiti

## ■ Ipotesi (valide anche per la tecnica precedente):

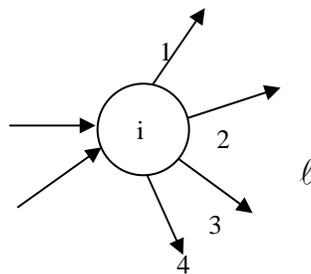
- Stazionarietà valori medi del traffico
- Invarianza della topologia

Se si rompe il lato 1, perdo  
 ad es. il 30% del traffico verso  $j$

# Tecniche Dinamiche

- Il Traffico cambia in modo statistico. La topologia anche.
- Si ipotizza che tutti i nodi conoscano (o abbiano stimato) una Tabella dei Ritardi
- Sulla base di tale misura/stima, adattano l'instradamento alle condizioni del traffico e della topologia.
- La Tabella dei Ritardi (T), indica, per ogni nodo  $i$ , qual è il tempo medio necessario a raggiungere ogni altro nodo passando per un determinato link uscente

Al nodo  $i$



	1	2	3	4
1	.2	.1	.5	.4
	:	:	:	:
j	.1	.3	.7	.5
	:	:	:	:

Ad es. in secondi

- $T_i(j, \ell) =$  stima al nodo  $i$  del tempo (medio) necessario a raggiungere il nodo  $j$  utilizzando l'arco  $\ell$ .
- Nota (stimata) la Tabella, ricavo un VI (stavolta dinamico)

# Tecniche Dinamiche

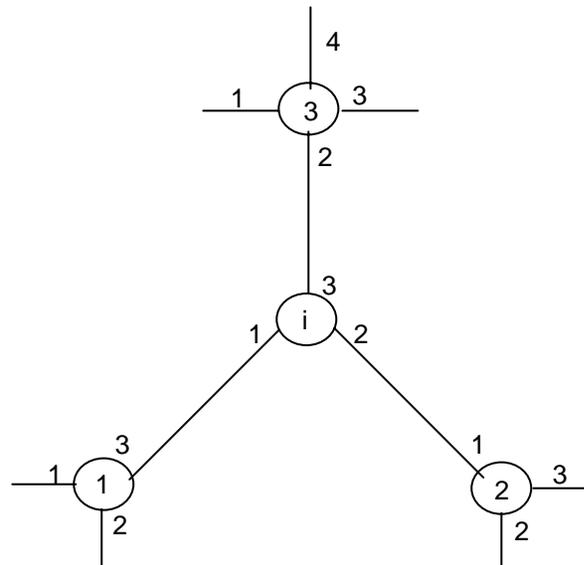
- **Come viene costruita la tabella dei ritardi ?**  
**Utilizzando:**
  - 1) Tecniche locali (isolate): ogni nodo è autonomo ed esegue da solo le misure/stime**
  - 2) Tecniche distribuite**
  - 3) Tecniche centralizzate: esiste un nodo specializzato nella rete che esegue le misure/stime, e le comunica poi ai vari nodi**

# Tecniche Locali

- 1)Coda in uscita più breve (Hot Potato)  
 $T_i$  = vettore lunghezze code in uscita. Tiene basso il ritardo localmente ma i pacchetti viaggiano casualmente
- Per migliorane le prestazione è utilizzabile unitamente all'instradamento prefissato:
  - Si utilizza il lato scelto purché la coda non superi una soglia assegnata
  - Si utilizza il lato con coda minore se non è troppo improbabile
- Stima locale del ritardo (Backward learning)  
Aggiornamento di  $T_i$  all'arrivo di ogni pacchetto utilizzando l'informazione:
  - $TIN(j,\ell)$  = tempo impiegato dal pacchetto originato in  $j$  per raggiungere  $i$  (numero di tratte percorse). Oppure mi baso su timestamp.
  - Aggiornamento della stima corrispondente all'arco  $\ell$  da cui il pacchetto è stato ricevuto (considero sia la vecchia stima che già ho che  $TIN$ , la nuova)
    - $T_i(j,\ell)_n = K_1 T_i(j,\ell)_v + K_2 TIN(j,\ell)$
- Svantaggi: Instabilità – instradamento su cammini non ottimi – Inefficienza
- Vantaggi: Basso costo di realizzazione (tutto è realizzato localmente, non ho bisogno di scambi di messaggi ad hoc)

# Tecniche Distribuite

- Per aggiornare  $T_i$  i nodi si scambiano informazioni
- Ogni nodo trasmette ai vicini il vettore  $VT_i$  (il vettore dei ritardi):  
 $VT_i(j) = \min_{\ell} (T_i(j, \ell))$
- $VT_i$  ha dimensione  $n$  (# nodi) e per ogni destinazione riporta il ritardo minimo che il nodo  $i$  osserva per quella destinazione (minimo rispetto alle alternative per raggiungere la destinazione).



## Tecniche Distribuite

- Quando il nodo  $k$  adiacente al nodo  $i$  riceve  $VT_i$  dal nodo  $i$ , aggiorna  $T_K$  come segue:
  - $T_K(j, \ell) = VT_i(j) + Q_K(\ell) + T_T + T_P(k, \ell)$
  - Ove:
    - $\ell$  = canale connettente  $k$  ad  $i$
    - $Q_K(\ell)$  = tempo medio di coda in  $\ell$
    - $T_T$  = tempo di trasmissione in  $\ell$
    - $T_P(k, \ell)$  = tempo di propagazione in  $\ell$

# Tecniche Distribuite

## TRASMISSIONE DI VT

- **Periodica:** si trasmette VT in istanti prefissati (facile implementazione)
- **Aperiodica:** si trasmette VT quando si verificano cambiamenti nella rete. Permette di riconoscere i nodi sconnessi dalla rete.

# Esempi di tecniche distribuite

- **Metriche e cifre di merito più utilizzate:**
  - **numero di nodi/hop da attraversare**
  - **tempo di transito nei nodi**
  - **larghezza di banda dei link**
  - **massima lunghezza pacchetti**
  - **costi dei link**
  - **Reliability/availability**
- **Algoritmi di instradamento**
  - **Distance-Vector (Bellman-Ford)**
  - **Link State/Shortest Path First (Dijkstra)**

# Instradamento Distance-Vector

- I nodi di rete cooperano alla determinazione dei cammini minimi realizzando l'algoritmo di Bellman-Ford distribuito.
- I nodi mantengono nella tabella di instradamento la stima di minor costo per ogni destinazione.
- Instradamento tratta per tratta (hop-by-hop).
- Per accelerare il riconoscimento di nodi sconnessi:
  - limite alla stima del ritardo massimo
  - time-out alla durata delle stime
  - non si invia stima al nodo vicino se esso è quello che ha comunicato la stima minore (split horizon).

# Instradamento Link-State

- Costruisce in ogni nodo di rete una base dati contenente informazioni su:
  - topologia di rete
  - costi su cui effettuare la scelta dell'instradamento
- La distribuzione di tali informazioni avviene mediante un algoritmo di flooding.
- Maggiore informazione da scambiare, ma, avendo convergenza più veloce, la frequenza di aggiornamento può essere ridotta.
- Permette instradamento sia hop-by-hop sia da sorgente (source-routing).



# Richiami sui Grafi

- **Digrafo  $G(N,A)$** 
  - $N$  nodi
  - $A=\{(i,j), i \in N, j \in N\}$  archi (coppia ordinata di nodi)
- **percorso:**  $(n_1, n_2, \dots, n_l)$  insieme di nodi con  $(n_i, n_{i+1}) \in A$
- **cammino:** percorso senza nodi ripetuti
- **ciclo:** percorso con  $n_1 = n_l$
- **digrafo connesso:** per ogni coppia  $i$  e  $j$  esiste almeno un cammino da  $i$  a  $j$
- **digrafo pesato:**  $d_{ij}$  peso associato all'arco  $(i,j) \in A$
- **lunghezza di un cammino  $(n_1, n_2, \dots, n_l)$ :**

$$d_{n1, n2} + d_{n2, n3} + \dots + d_{n(l-1), nl}$$

## Problema del cammino minimo

Dato un digrafo  $G(N,A)$  e due nodi  $i$  e  $j$ ,  
trovare il cammino di lunghezza  
minima tra tutti quelli che consentono  
di andare da  $i$  a  $j$

- il problema è di complessità polinomiale

### Proprietà:

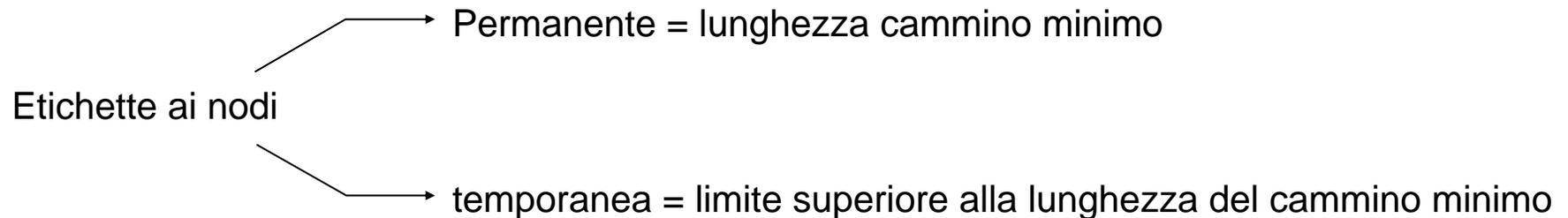
*se il nodo  $k$  è attraversato dal cammino minimo  
da  $i$  a  $j$ , il sotto-cammino fino a  $k$  è anch'esso  
minimo*

# Algoritmi per Cammini Minimi

- **Da un nodo a tutti gli altri**
  - **Archi non negativi:**
    - ✓ Dijkstra (1959)  $O(n^2)$
  - **Archi negativi, Cicli non negativi**
    - ✓ Ford (1956)
    - ✓ Moore (1957)
    - ✓ Bellman (1958)  $O(n^3)$
    - ✓ Yen (1970), minor occupazione di memoria
- **Fra tutte le coppie di nodi**
  - ✓ Ripetere n volte gli algoritmi precedenti  $O(n^4)$
  - ✓ Floyd (1962)
  - ✓ Warshall (1962)  $O(n^3)$

# Algoritmo di Dijkstra

- **Ipotesi: Lunghezza archi positiva**
- **Metodo di Dijkstra:**



## 1. Inizializzazione:

1. Etichetta permanente nodo  $1 = 0$  :  $u_1 = 0$
2. Etichetta temporanea al nodo  $i = l_{1i} \forall i$   $u_i = l_{1i}$
3. Si assume  $l_{1i} = \infty$  se l'arco tra  $i$  e  $j$  non esiste

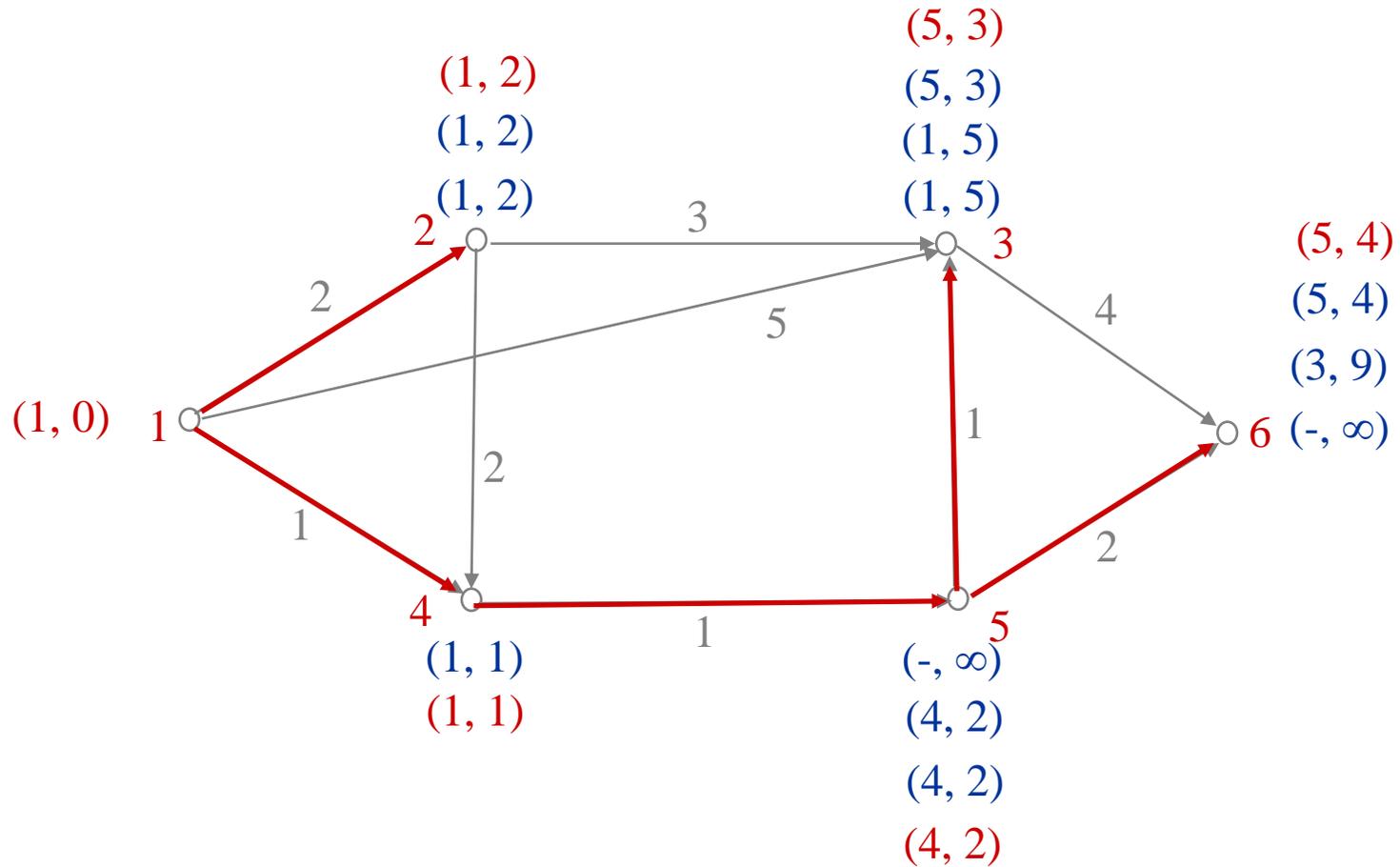
## 2. Trovare nodo $k$ con etichetta temporanea minima Dichiarare etichetta di $k$ permanente

Aggiornare etichette temporanee

$$u_j = \min (u_j, u_k + a_{kj}) \quad \forall i \text{ con etichetta temporanea}$$

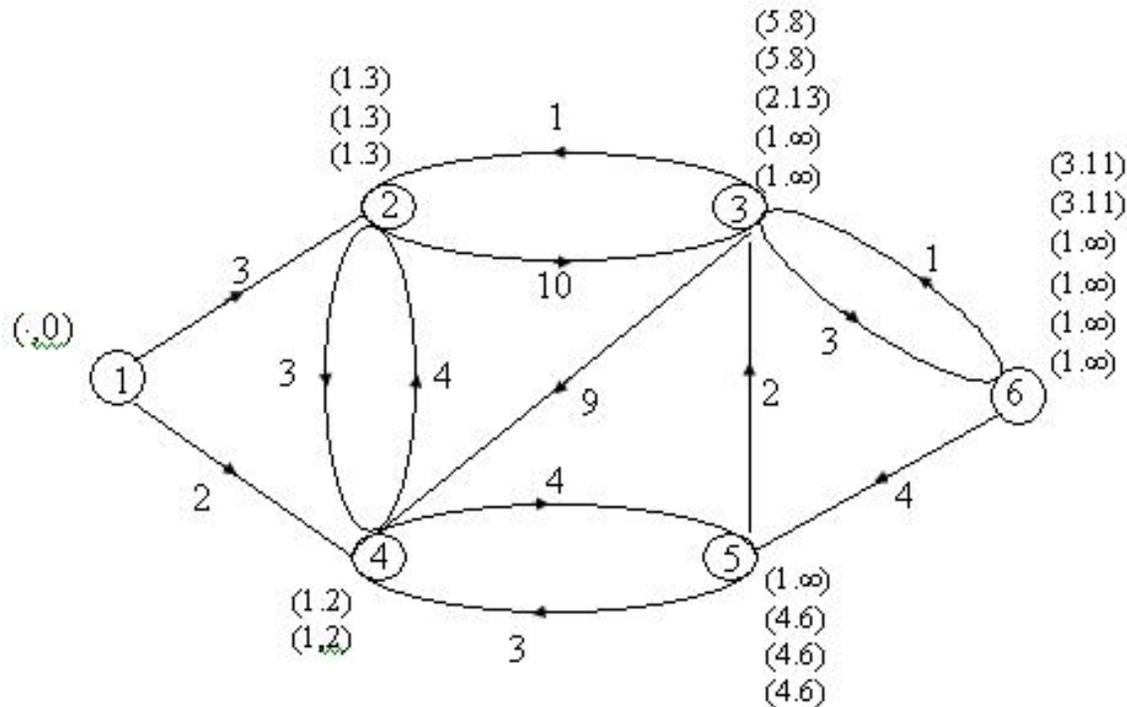
## 3. Se tutte le etichette sono permanenti STOP

# Esempio: Dijkstra



## Esempio 2: Dijkstra

- L'algoritmo etichetta in modo permanente i nodi in ordine crescente di distanza dal nodo 1



# Algoritmo di Dijkstra

algorithm *Dijkstra*

begin

$S := \phi; \bar{S} = N;$

$d(i) := \infty$  for each node  $i \in N;$

$d(s) := 0$  and  $\text{pred}(s) := 0$

while  $|S| < n$  do

begin

let  $i \in \bar{S}$  be a node for which  $d(i) = \min\{d(j) : j \in \bar{S}\}$

$S := S \cup \{i\}$

$\bar{S} := \bar{S} - \{i\}$

for each  $(i, j) \in A(i)$  do

if  $d(j) > d(i) + c_{ij}$  then  $d(j) := d(i) + c_{ij}$  and  $\text{pred}(j) := i$

end;

end;

# Algoritmo di Dijkstra: Commenti

- Fornisce i cammini minimi dal nodo 1 a tutti gli altri nodi
- Se interessa solo il cammino minimo fra nodo 1 e nodo N, l'algoritmo si ferma quando si etichetta in modo permanente il nodo N
- **Algoritmo di Dijkstra inverso**
  - ✓ Se interessano i cammini minimi da tutti i nodi al nodo N: si etichettano i nodi a ritroso
- **Algoritmo di Dijkstra bidirezionale.**
  - ✓ Se interessa il cammino fra 1 e N: si applicano contemporaneamente Dijkstra diretto e inverso. L'algoritmo si ferma quando lo stesso nodo è stato etichettato da entrambi gli algoritmi.
  - ✓ Risulta più veloce in quanto mediamente si etichettano meno nodi.
- **La complessità dell'algoritmo di Dijkstra è  $O(n^2)$ .**
  - ✓ L'algoritmo esegue n volte la selezione del nodo da etichettare permanentemente. Ad ogni selezione deve scandire tutti i nodi etichettati temporaneamente quindi:  $n + (n-1) + (n-2) + \dots + 1 = O(n^2)$

# Algoritmo di Bellman-Ford

- **Ipotesi:**
  - Lunghezza archi sia positivi che negativi
  - non esiste alcun ciclo di lunghezza negativa
- **Scopo:**
  - trovare i cammini minimi tra un nodo (sorgente) e tutti gli altri nodi, oppure
  - trovare i cammini minimi da tutti i nodi ad un nodo (destinazione)

# Algoritmo di Bellman-Ford

- Variabili aggiornate nelle iterazioni:
  - $D_i^{(h)}$  lunghezza del cammino minimo tra il nodo  $1$  (sorgente) e il nodo  $i$  composto da un numero di archi  $\leq h$

- Valori iniziali:

$$D_1^{(h)} = 0 \quad \forall h$$

$$D_i^{(0)} = \infty \quad \forall i \neq 1$$

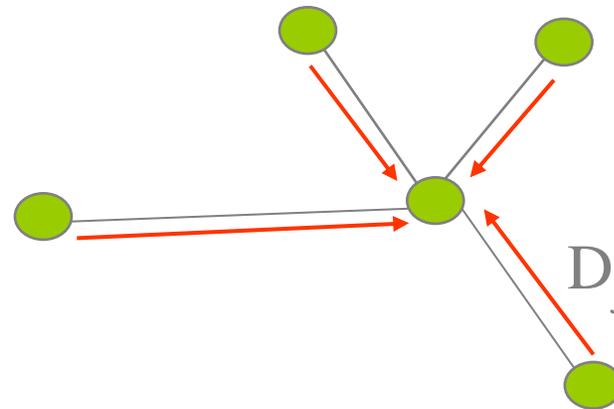
- Iterazioni:

$$D_i^{(h+1)} = \min \left[ D_i^{(h)}, \min_j (D_j^{(h)} + d_{ji}) \right]$$

- l'algoritmo termina in  $N-1$  passi

# Algoritmo di Bellman-Ford in forma distribuita

- Si dimostra che l'algoritmo converge in un numero finito di passi anche nel caso in cui viene implementato in modo distribuito
- Periodicamente i nodi inviano l'ultima stima del cammino minimo ai vicini e aggiornano la propria stima secondo il criterio delle iterazioni

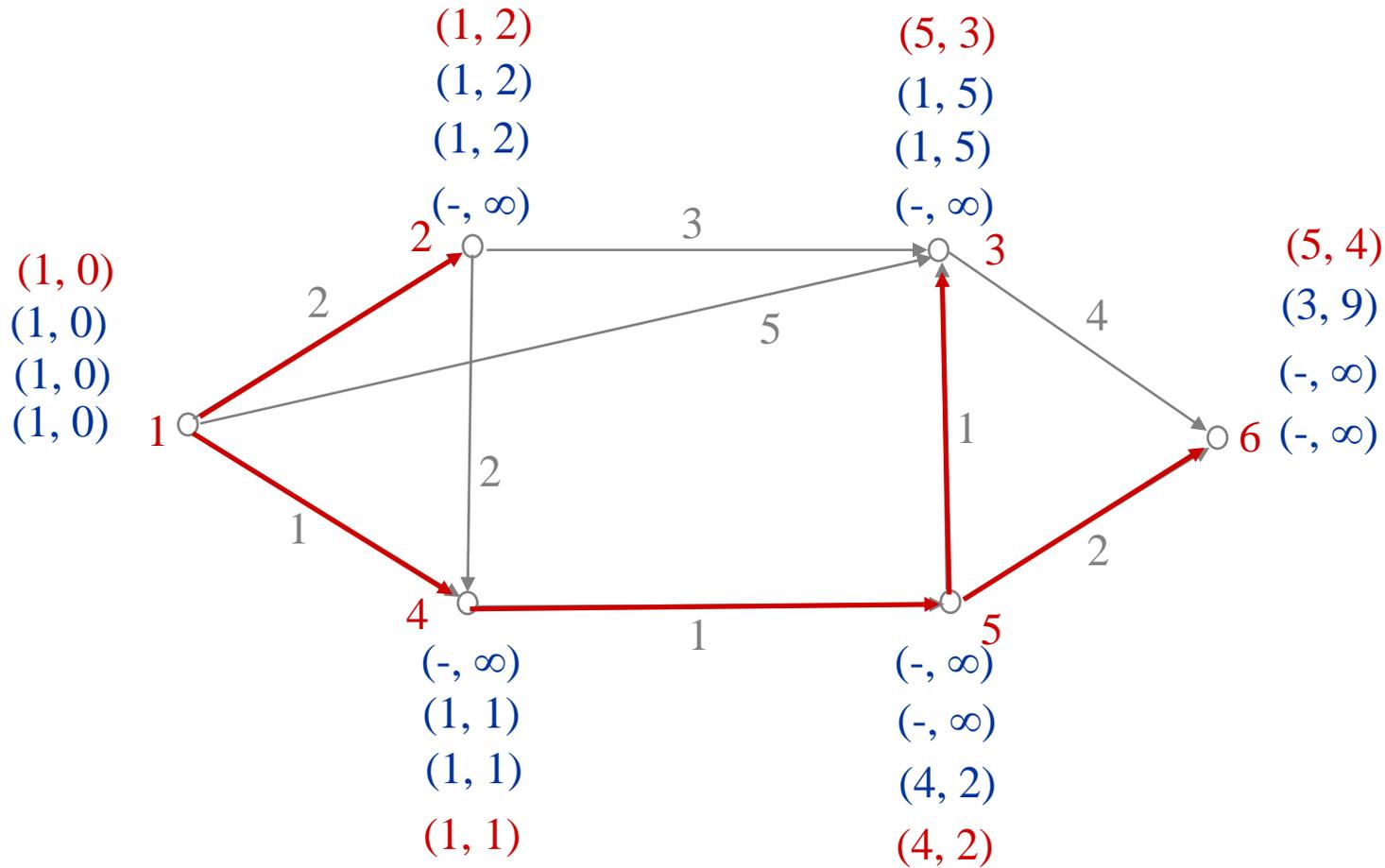


$$D_i := \min \left[ D_i, \min_j (D_j + d_{ji}) \right]$$

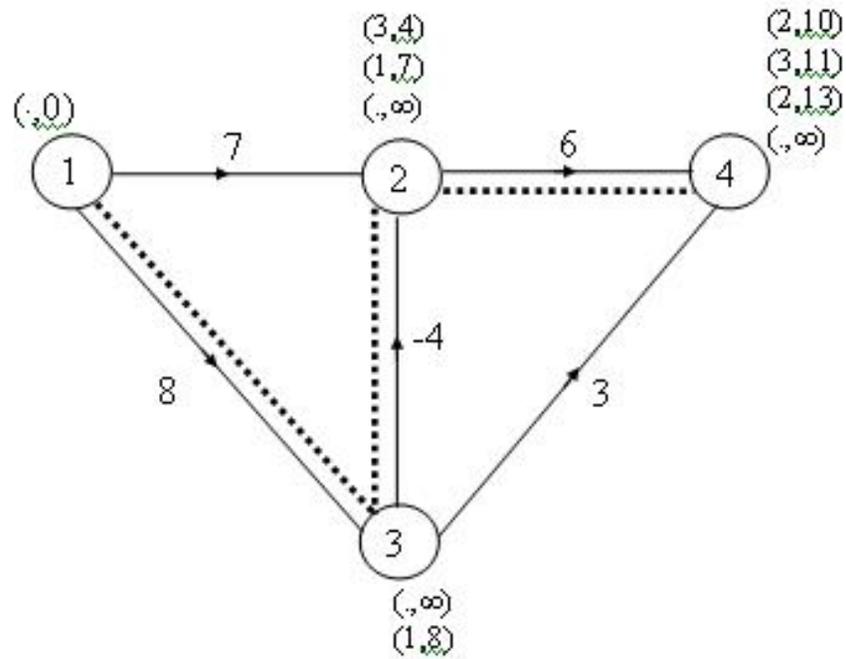
# Algoritmo di Bellman-Ford in pratica

- Per poter applicare praticamente l'algoritmo si può procedere in questo modo:
- Si usano delle etichette per i nodi  $(n, L)$  dove  $n$  indica il primo nodo sul cammino minimo ed  $L$  la sua lunghezza
- Le etichette vengono aggiornate guardando le etichette dei vicini (l'ordine non conta grazie alla proprietà dell'algoritmo distribuito)
- Quando le etichette non cambiano più si ricostruisce l'albero dei cammini minimi ripercorrendo le etichette

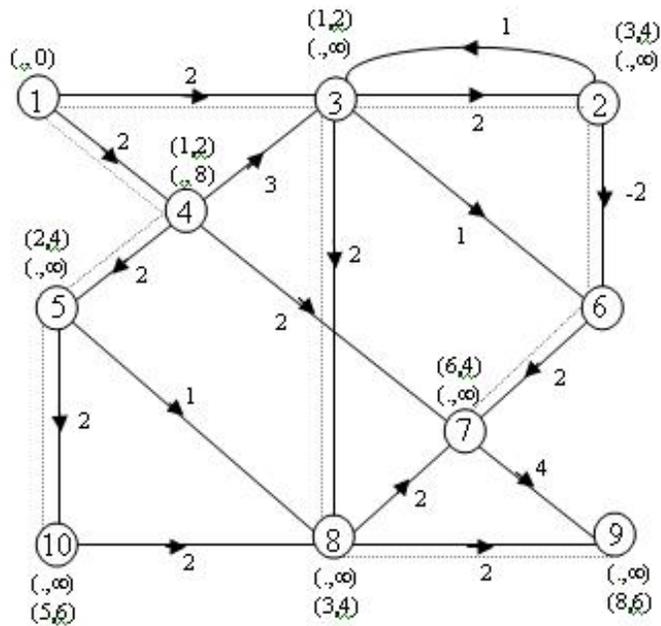
# Esempio: Bellman-Ford



## Esempio 2: Bellman-Ford



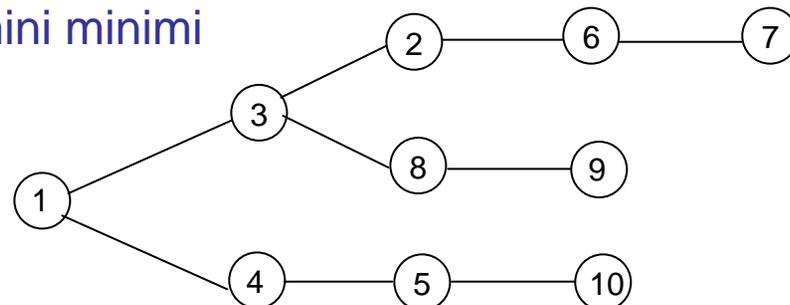
## Esempio 2: Bellman-Ford



L'algoritmo trova contemporaneamente i cammini minimi dalla sorgente  $s$  a tutti i nodi.

Possono esistere più cammini minimi fra due nodi

Si viene a costruire l'albero dei cammini minimi



# Algoritmi: complessità

- **L'algoritmo di Bellman-Ford ha una complessità:**
  - **N-1 iterazioni**
  - **N-1 nodi per iterazione**
  - **N-1 confronti per nodo**
    - ✓ **Complessità:  $O(N^3)$**
- **L'algoritmo di Dijkstra ha una complessità:**
  - **N-1 iterazioni**
  - **in media N operazioni per iterazioni**
    - ✓ **Complessità:  $O(N^2)$**
- **L'algoritmo di Dijkstra è in generale più conveniente**

# Tecniche Centralizzate

- Calcola vettori instradamento per tutti i nodi, che eseguono un instradamento fisso sulla base dei vettori VT ricevuti ed aggiornati da un calcolatore centralizzato.
- Centralizzate vs. Distribuite: - Vantaggi

## Centralizzate

- Calcolo più semplice
- I nodi non hanno overhead di calcolo
- L'algoritmo può essere più sofisticato
- Possono essere evitati i "loops"

## Distribuite

- Maggiore affidabilità
- Applicabile a grandi reti

# Tecniche Centralizzate

## ■ Centralizzate vs. Distribuite: - *Svantaggi*

### Centralizzate

- Non applicabile a grandi reti
- Quantità di calcolo nel calc. centralizzato molto pesante ( $N^3$  invece di  $N^2$ )
- Calcolo su informazione vecchia
- Ritardo dell'applicazione nuove decisioni
- Possono esistere “loops” dovuto ai ritardi di propagazione
- Scarsa affidabilità:
- Duplicazione calc. centralizzato
- Pericolo di isolamento congestione traffico di instradamento
- Non si conosce il calc. centralizzato in funzione
- La rottura di un lato o di un nodo può essere critica

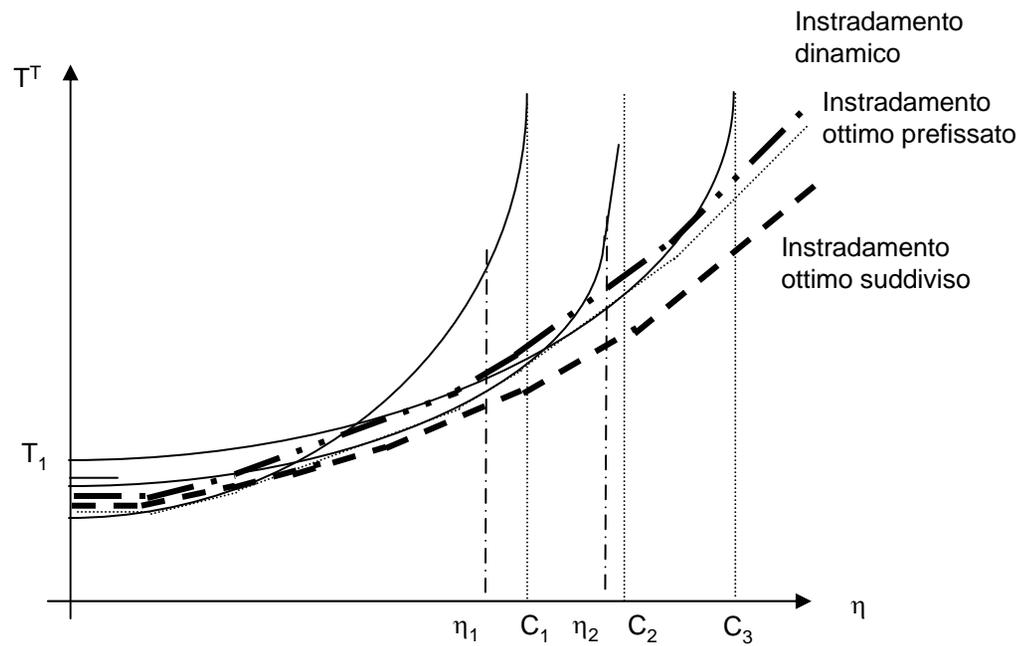
### Distribuite

- Reagisce lentamente alle cattive notizie
- Maggior tempo di adattamento
- Tutti i nodi devono calcolare in modo corretto.
- (L'errore di uno si propaga)

# Criteri di Valutazione Algoritmi Dinamici

- **Velocità di risposta**
  - **Tempo di convergenza ad un nuovo stato a causa di cambiamenti deve essere minore dell'intervallo fra le variazioni**
- **Overhead di informazione**
  - **Numero di pacchetti di controllo**
  - **Dimensione pacchetti di controllo**
- **Complessità di calcolo**
  - **Tempo di elaborazione sui nodi**
- **Occupazione di memoria**
  - **Memorizzazione e aggiornamento tabelle**
- **Assenza di cicli**
  - **In transitorio e a regime**

# Criteri di Valutazione Algoritmi Dinamici



# Instradamento Multicast/Broadcast

- Un pacchetto deve essere inviato a tutti i nodi della rete (Broadcast) oppure ad un gruppo di essi (Multicast).

## INSTRADAMENTO SEPARATO

- Il nodo sorgente trasmette  $n$  volte lo stesso pacchetto con indirizzi diversi. Non richiede delle tecniche di instradamento con destinazione unica.
- Spreco di banda.

## INSTRADAMENTO A DIFFUSIONE (FLOODING)

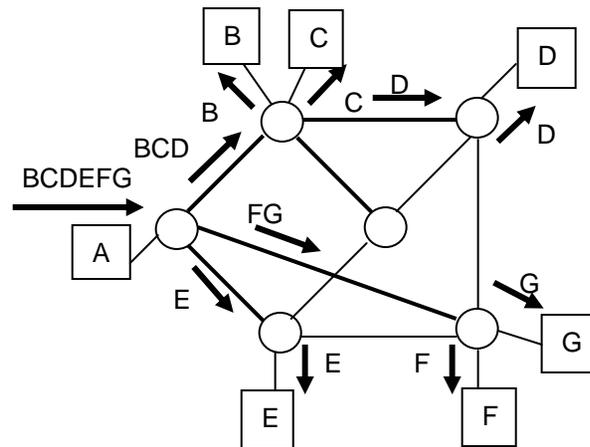
- Spreco di banda. Robusto.

# Instradamento Multicast/Broadcast

## INSTRADAMENTO CON MULTIDESTINAZIONE

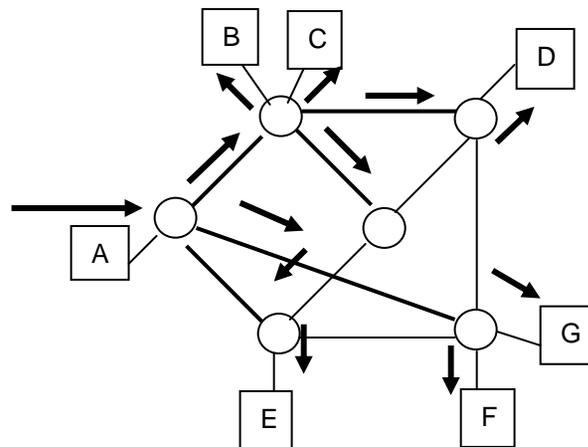
- Il pacchetto contiene indicazione delle destinazioni.
- Ogni nodo ritrasmette il pacchetto su tutte le linee in uscita necessarie per raggiungere le destinazioni indicate.
- Il pacchetto trasmesso in una linea contiene solo le destinazioni raggiungibili attraverso di essa.
- Il numero delle destinazioni si riduce ad ogni ritrasmissione
- Una sola copia viene trasmessa per più destinazioni che seguono la stessa strada.
- Efficiente uso della banda
- Richiede modifica al formato del pacchetto, elaborazione nei nodi ma usa la stessa informazione dell'instradamento singolo.

# Esempio: Instradamento Broadcast



# Instradamento sullo Spanning Tree

- **Determinazione dello spanning tree memorizzando nei nodi i lati in uscita che appartengono a ST. Ogni nodo alla ricezione di un pacchetto broadcast ne invia copia sui lati in uscita appartenenti a ST e alle stazioni locali.**
- **Un pacchetto broadcast è identificato da un indirizzo, (es. tutti 1).**
- **Efficienza di banda del multidestinazione. Non richiede modifiche al formato del pacchetto.**
- **Necessita informazione aggiuntiva nei nodi (memorizzazione di ST).**

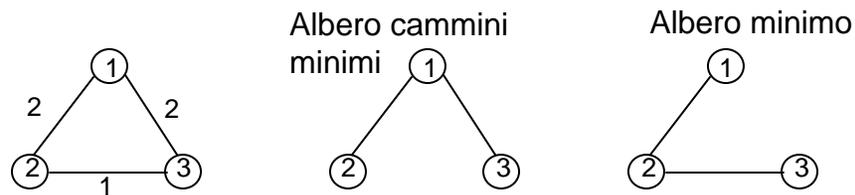


# Determinazione Albero Minimo

- Ipotizziamo grafi non diretti con lunghezza archi anche negative.
- Se il grafo ha archi diretti si parla del sottografo con cammini diretti uscenti da un nodo verso tutti gli altri (routed arborescence). Problema estremamente complicato.
- Lunghezza sottografo  $G_i$  
$$\ell(G_i) = \sum_{[i,j] \in G_i} \ell[i,j]$$
- Trovare sottografo albero che contenga tutti i nodi e di lunghezza minima.

# Determinazione Albero Minimo

- Ovviamente, in generale, l'albero minimo è *diverso* dall'albero dei cammini minimi.



- Se  $\ell[i, j] \geq 0$  l'albero minimo è il sottografo più corto contenente tutti i nodi.

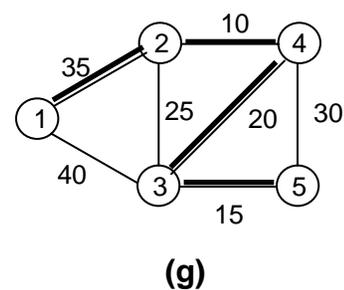
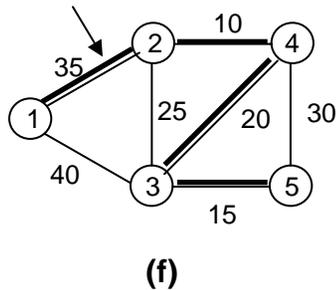
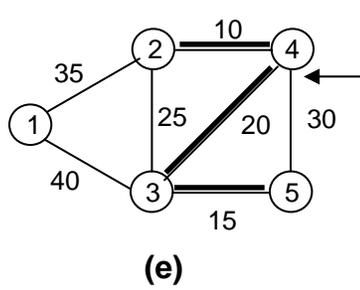
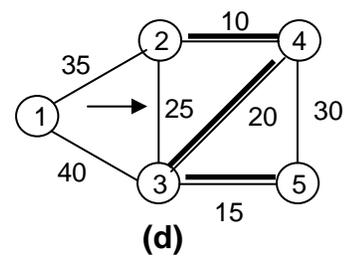
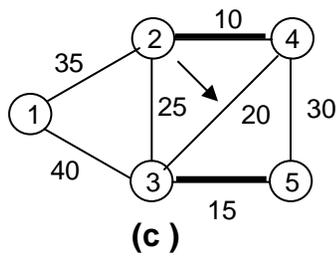
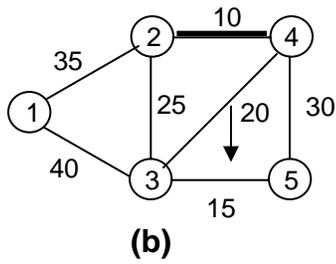
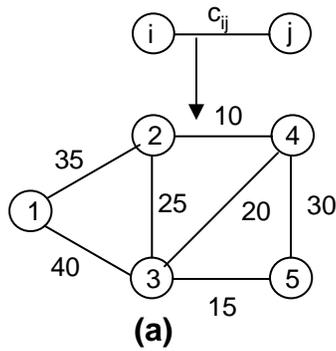
# Algoritmi per la Determinazione Albero Minimo

- **Diverse realizzazioni della procedura “greedy”.**
- **Ad ogni passo si aggiunge un arco di costo minimo scelto dalla lista degli archi possibili (archi che non introducono cicli).**
  
- **Kruskal**  
genera sotto alberi in modo irregolare partendo dai lati più corti
- **Prim**  
partendo da un'unica radice fa crescere il sottoalbero fino a diventare spanning tree
- **Sollin**  
genera più sottoalberi come Kruskal ma ad ogni passo connette un nodo ad ogni sotto albero, analogamente a Prim.
  
- **Albero di costo massimo: stessa procedura dopo aver moltiplicato per -1 tutte le lunghezze dei lati**

# Algoritmo di Kruskal

- 1. Ordinare archi in ordine non decrescente di costo.**
- 2. Definire un insieme, LIST, di archi che appartengono all'albero minimo.**
- 3. Inizialmente LIST è vuoto.**
- 4. Esaminare in modo ordinato gli archi ed inserire in LIST quelli la cui aggiunta non genera cicli con gli archi già in LIST.**

# Algoritmo di Kruskal



# Algoritmo di Prim

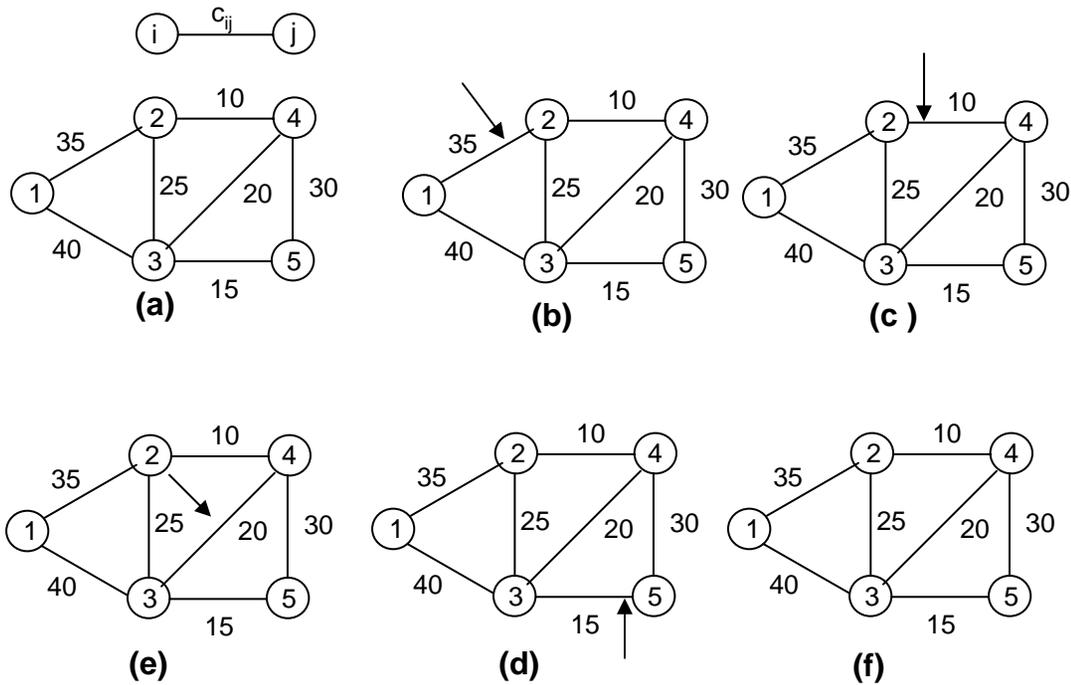
1. I nodi della rete sono divisi in due insiemi  $S$  e  $\bar{S}$
2. Inizialmente  $S = \{1\}$
3. Esaminare il taglio  $[S \text{ e } \bar{S}]$  e selezionare l'arco più corto =  $(i,j)$ .
4. Aggiornare gli insiemi

$$S = S + j$$

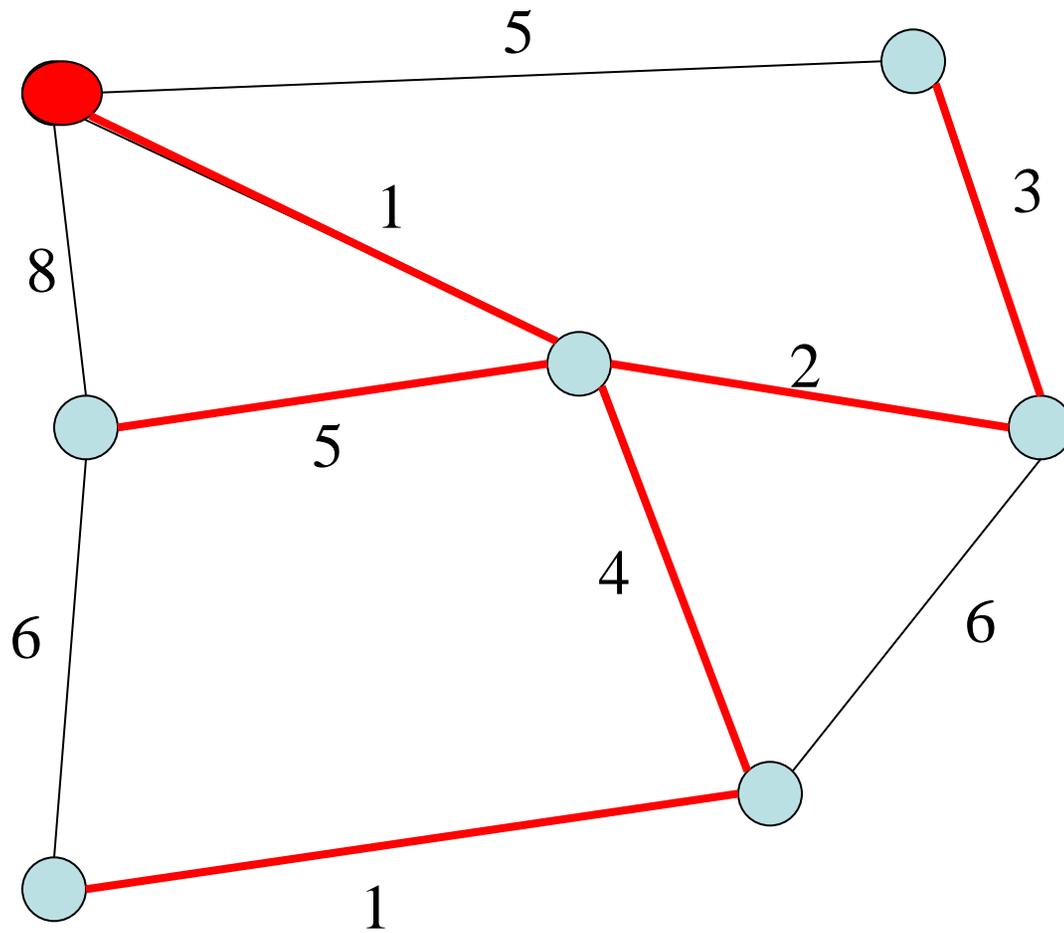
$$\bar{S} = \bar{S} - j$$

Se  $S$  contiene tutti i nodi gli archi selezionati costituiscono l'albero minimo.

# Algoritmo di Prim



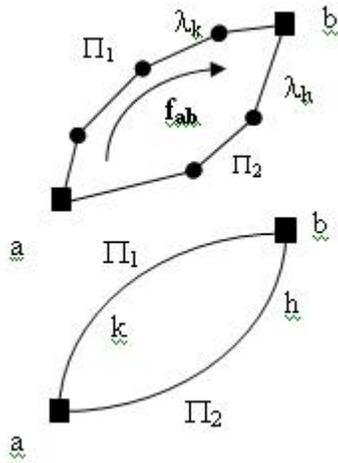
## Esempio 2: Algoritmo di Prim



# Routing Ottimo

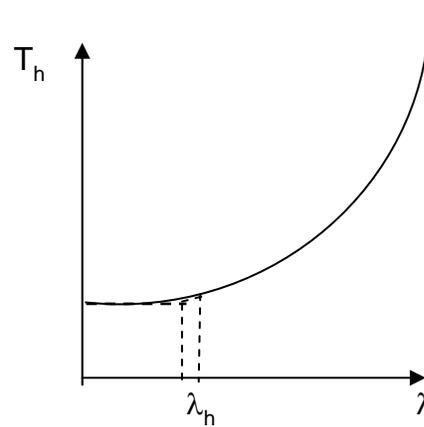
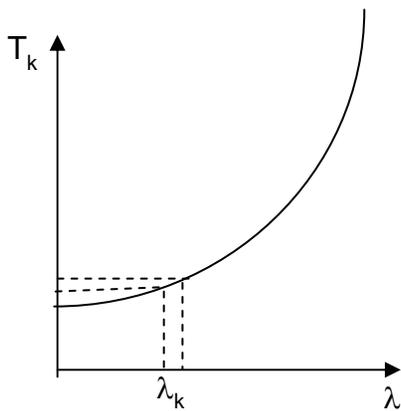
- Viene anche definito “assegnamento ottimo dei flussi”
- Soluzioni proposte in letteratura:
  - Metodi di programmazione convessa (inefficienti)
  - Metodo della Deviazione di Flusso

# Metodo della Deviazione di Flusso Flow Deviation Method



$$\lambda'_k = \lambda_k + f_{ab} \quad k \in \Pi_1$$

$$\lambda'_h = \lambda_h - f_{ab} \quad h \in \Pi_2$$



Quando la pendenza dei 2 cammini diventa la stessa, non ho più convenienza a spostare traffico da un path all'altro.

# Algoritmo di Deviazione di Flusso

- Impostare la lunghezza del lato:  $\ell_i = \frac{\partial T_i}{\partial \lambda_i}$
- Calcolare i cammini più corti fra ogni coppia (i,j)
- Instradare  $f_{ij}$  lungo il cammino più corto
  
- Note:
  - Per  $T_i$  può venir usata l'approssimazione per cui ogni lato è considerato come una coda M|M|1
  - Quindi:  $\ell_i = \frac{\partial}{\partial \lambda_i} \left( \frac{1}{\mu_i - \lambda_i} \right) = \frac{1}{(\mu_i - \lambda_i)^2}$
  - È necessario utilizzare deviazioni piccole di traffico
  - Altrimenti possono verificarsi problemi di instabilità